

**Áramlás- és Hőtechnikai Gépek Tanszéke**

**Dr. Szabó Szilárd**

# **Erő- és munkagépek I.**

**Előadásvázlat**

**Miskolc-Egyetemváros  
2005**

**Készült Dr. Nyíri András Erő- és munkagépek I. és II. egyetemi jegyzetei (Miskolci Egyetemi Kiadó 1995-1996) és Dr. Czibere Tibor előadásai alapján a szerző átdolgozásában és kiegészítéseivel.**

**Az elektronikus változat elkészítésében közreműködtek az alábbi harmad-  
éves gépészmérnök hallgatók (2004 őszén):**

Ferencz Miklós      G-3EG2

Karándi Zoltán      G-3EG2

Szótér Gergely      G-3EG2

Tatár László      G-3EG2

# Tartalom

<b>1. Az erő és munkagépek osztályozása</b>	<b>5</b>
<b>1.1. Alapdefiníciók</b>	<b>5</b>
<b>1.2. Az EMG-ek felosztása</b>	<b>6</b>
<b>2. Az erő- és munkagépek alapvető üzemi jellemzői</b>	<b>10</b>
<b>2.1. Alapmennyiségek</b>	<b>10</b>
<b>3. Térfogat kiszorítás elvén működő munkagépek:</b>	<b>15</b>
<b>3.1. A térfogat kiszorításos munkagépek osztályozása</b>	<b>15</b>
<b>3.2. A dugattyúmozgás kinematikája</b>	<b>18</b>
3.2.1. Forgattyús hajtómű kinematikája	18
3.2.2. A kulisszás hajtómű kinematikája	21
<b>3.3. A dugattyús szivattyúk üzemi jellemzői</b>	<b>22</b>
3.3.1. Közepes folyadékszállítás	22
3.3.2. Szállítómagasság	24
3.3.3. teljesítmények és hatásfokok	24
3.3.4. Jelleggörbék	25
3.3.5. Indikátor diagramm	27
3.3.6. A folyadékszállítás időbeli lefolyása	27
3.3.7. Légüst	30
<b>3.4. Dugattyús szivattyú főméretének meghatározása</b>	<b>31</b>
<b>3.5. Radiál- és axiáldugattyús szivattyúk és motorok</b>	<b>34</b>
3.5.1. Radiáldugattyús gép	34
3.5.2. Axiáldugattyús gép	34
3.5.3. hidrosztatikus hajtómű	35
<b>3.6. Forgódugattyús szivattyúk</b>	<b>37</b>
3.6.1. Fogaskerék szivattyú	38
3.6.2. Lamellás gép	39
3.6.3. Tömlőszivattyú	40
<b>3.7. Dugattyús kompresszorok</b>	<b>41</b>
3.7.1. A működés elvi alapjai	41
3.7.2. Valóságos kompresszorban lejátszódó folyamat	50
3.7.2.1. Fajlagos jellemzők	51
3.7.2.2. Indikálás	53
3.7.3. Többfokozatú dugattyús kompresszorok	54
3.7.4. Dugattyús kompresszorok főméreteinek meghatározása	57
3.7.5. Kompresszorok szabályozása	60
3.7.5.1. Szakaszos szabályozások	60
3.7.5.2. Fokozatmentes szabályozások	61
<b>4. Turbógépek</b>	<b>63</b>
<b>4.1. Az alapfogalmak alkalmazása turbógépekre</b>	<b>63</b>
4.1.1. Folyadékszivattyú (hidraulikus munkagép)	63
4.1.2. Víz-turbina (hidraulikus erőgép)	65
4.1.3. Kompresszor	66
4.1.4. Turbina	67
<b>4.2. Turbógépek veszteségei és hatásfokai</b>	<b>68</b>
4.2.1. Erőgépek politrópikus (hidraulikai) hatásfoka	68
4.2.2. Munkagépek politrópikus hidraulikai hatásfoka	73
4.2.3. Tárcsasúrlódási veszteség	75
4.2.4. Munkagépek belső energia diagramja	76

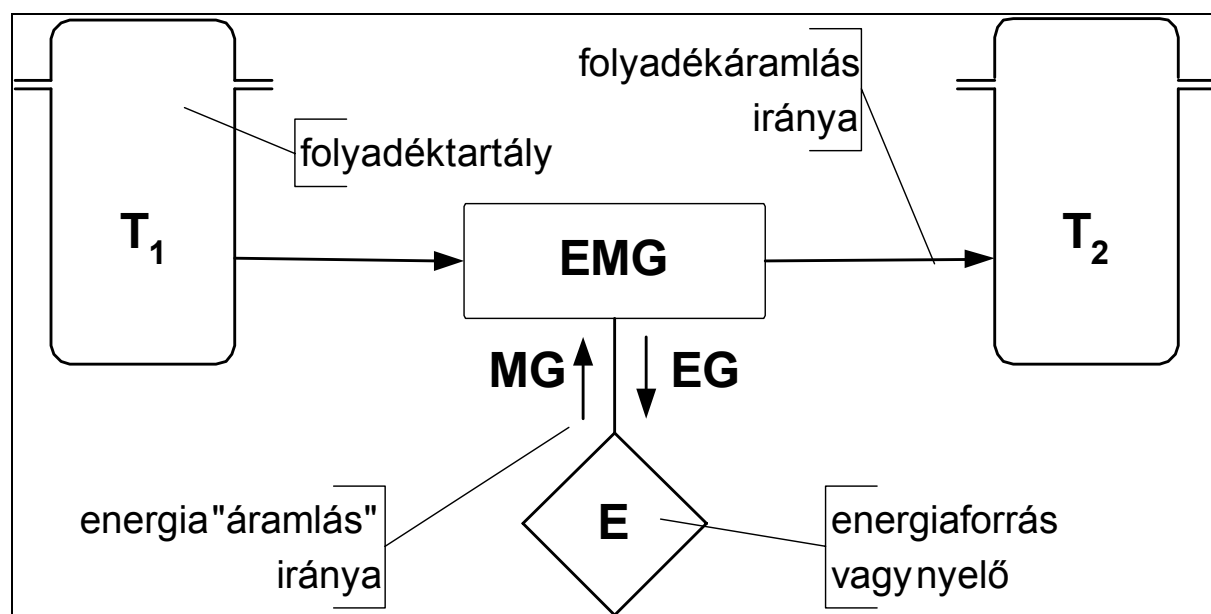
4.2.5. Erőgépek belső energia diagramja:	78
<b>4.3. Áramlás a járókerékben</b>	<b>80</b>
4.3.1. Sebességi háromszögek	80
4.3.2. Az Euler turbina egyenlet	81
4.3.3. Járókerék és lapátcirkuláció	85
4.3.4. Abszolút és relatív áramkép a járókerékben	87
4.3.5. A perdületapadás	88
4.3.5.1. Perdületapadás radiális gépeknél	89
4.3.5.2. Perdületapadás axiális gépeknél	90
4.3.6. A reakciófok	91
4.3.7. Nyomáseloszlás a járókerék lapátjain	93
4.3.8. Axiális gépek síkrácsai	95
<b>4.4. Hasonlósági törvények, fajlagos jellemzők</b>	<b>99</b>
4.4.1. Hasonlósági törvények	99
4.4.2. Fajlagos jellemzők	102
<b>4.5. Szivattyúk</b>	<b>106</b>
4.5.1. Jelleggörbék	106
4.5.1.1. Elméleti lapátkongurens áramláshoz tartozó jelleggörbék	107
4.5.1.2. Elméleti jelleggörbe (véges lapátszám esetén)	110
4.5.1.3. Valóságos jelleggörbe	111
4.5.2. A szivattyúk próbatermi vizsgálata	115
4.5.3. Szivattyúk szívóképessége:	119
4.5.4. Szivattyú típusok és alkalmazási területük	127

# 1. AZ ERŐ ÉS MUNKAGÉPEK OSZTÁLYOZÁSA

## 1.1. Alapdefiníciók

- **Gép:** A gép olyan eszköz, amely energia átalakítására vagy munka végzésére szolgál és működése mechanikai elvre vezethető vissza. Mechanikai mozgás nélkül nem beszélhetünk gépről.
  - transzformátor: energia átalakító, de nem gép, mert nincs mechanikai mozgás
  - írógép: nem gép, csak mechanizmus, mert bár mechanikai mozgás van, de energia átalakítás nincs
  - villamos motor: tipikus gép, mert van energiaátalakítás is és mechanikai mozgás is
- **Folyadék:** cseppfolyós ( $\rho = \text{const.}$ : összenyomhatatlan folyadék) vagy gáz ( $\rho \neq \text{const.}$ : összenyomható folyadék) halmazállapotú közeg
- **Erő-és munkagép (EMG):** a folyadék energiáját megváltoztató gép
- **Energia: -mozgásállandó:** anyagi részekből álló rendszerhez rendelhető skáláris mennyiség
- **Energia megmaradás elve:** zárt rendszer energiája nem változik

Az EMG-ek rendszerben működnek, ezt mutatja az 1.1. ábra:

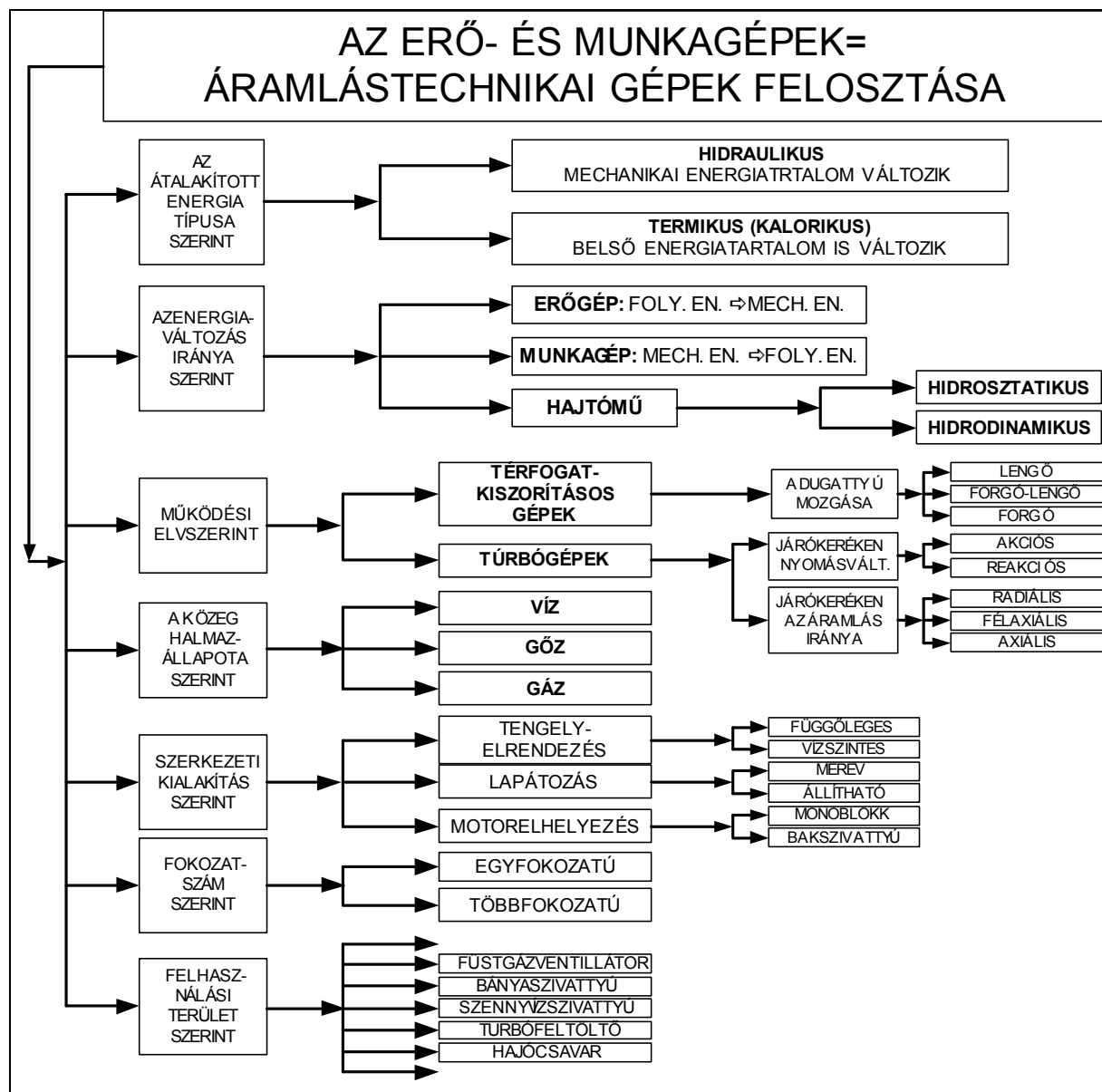


1.1. ábra

## 1.2. Az EMG-ek felosztása

Az erő- és munkagépeknek más szóval áramlás technikai gépeknek nevezzük, mert bennük az energia átalakulást mindig valamely folyadék áramlása kíséri.

Az EMG-ek osztályozása igen sok szempont szerint lehetséges. A főbb jellegzetességek szerinti osztályozást az 1.2 ábrán foglaltuk össze.



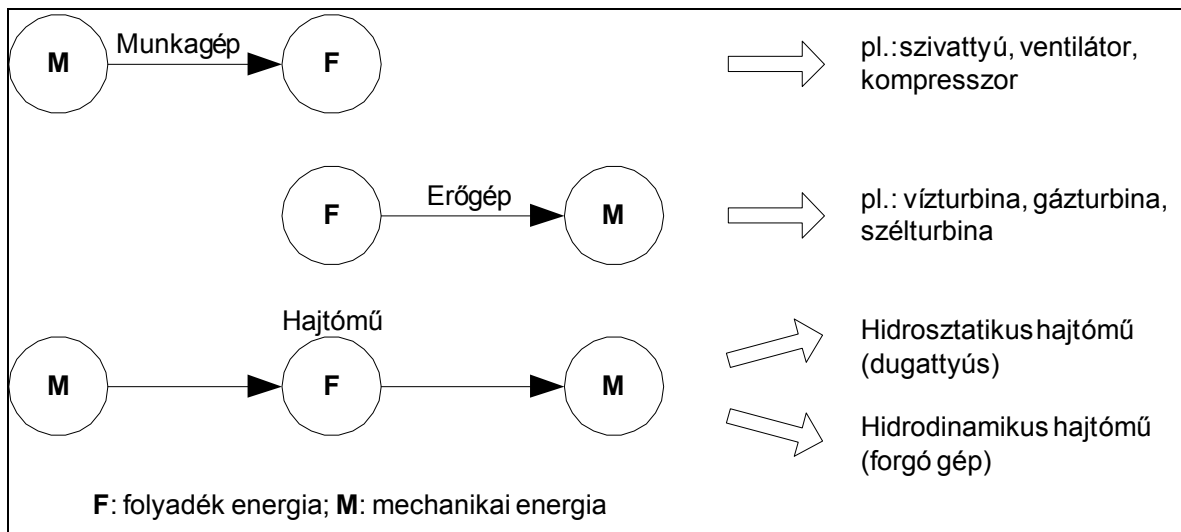
1.2. ábra

### A. Az átalakított energia típusa szerint

**A1: Hidraulikus gépek** (szűkebb értelemben vett áramlástechnikai gépek): a mechanikai energiatartalom változása a döntő, pl.: dugattyús szivattyú; ventilátor; vízturbina

**A2: Kalorikus (hőtechnikai gépek) gépek:** a belső energia tartalom is változik, és általában ez döntő mértékű (lásd 2. fejezet), pl.: gőzturbina, kompresszor, belsőégésű motor

## B. Az energiaváltozás iránya szerint



**B1: Erőgép:** - A folyadék energiája csökken  $\Rightarrow$  a gép tengelyén mechanikai munkát nyerünk. (a folyadék időegység alatti energiacsökkenése, azaz teljesítménye a tengelyen elvezethető mechanikai teljesítményt eredményez)

**B2: Munkagép:** A folyadék energiátartalma nő a gép tengelyén bevezetett mechanikai munka révén

**B3: Hajtómű:** Kettős energiaátalakítás:

bemenő tengely  $\Rightarrow$  bemenő mechanikai teljesítmény  $\Rightarrow$  MG  $\Rightarrow$  folyadék energia  $\Rightarrow$  EG  $\Rightarrow$  kimenő mechanikai teljesítmény  $\Rightarrow$  kimenő tengely

## C. Működési elv szerint

**C1: Térfogat kiszorításos (volumetrikus) gépek:**

- a folyadékot tartalmazó tér térfogata változik a folyadék energiaváltozása során
- a folyadék áramlása időben (periódikusan) változik

► a dugattyú mozgása szerint:

- egyenesvonalú lengő (triplex szivattyú)
- forgó-lengő (szárnyszivattyú)
- forgó (Roots fűvó, fogaskerékszivattyú)

pl.: dugattyús szivattyú, kompresszor, membrán szivattyú, belsőégésű motorok

**C2: Turbó gépek** (szoros értelemben vett áramlástechnikai gépek):

- működési elvük az impulzusnyomatéki tételre alapszik
  - lapátos forgó járókerék jellemzi őket
  - a folyadék megszakítás nélkül áramlik át rajta
- pl.: centrifugál szivattyú, turbókompresszor, turbinák

- ▶ a járókeréken a nyomás:
  - változik – reakciós turbinák – Francis, Kaplan turbina
  - nem változik – akciós turbinák – Pelton turbina, Curtis kerék (gőzturbinára)
- ▶ a járókeréken az átáramlás iránya:
  - radiális átömlésű (centrifugál szivattyú, radiális ventilátor)
  - félaxiális átömlésű (Francis turbina)
  - axiális átömlésű (hajócsavar, Kaplan turbina)

#### **D. A közeg halmazállapota szerint**

D1: Vízgépek: szivattyúk, vízturbinák

D2: Gőzgépek: gőzturbinák, dugattyús gőzgépek

D3: Gázgépek: ventilátorok, gőzturbinák, belsőégésű motorok, gázkompresszorok, szélturbinák

#### **E. Szerkezeti kialakítás szerint (a teljesség igénye nélkül)**

E1: Tengelyberendezés szerint:

- függőleges tengelyű
- vízszintes tengelyű

E2: Az EMG és a hajtó vagy hajtott gép tengelyének kapcsolata:

- monoblokk rendszer
- tengelykapcsolás

E3: Lapátozás típusa szerint:

- merev
- állítható

#### **F. Fokozatszám szerint**

F1: Egyfokozatú gépek (pl.: vízturbinák, hajócsavar)

F2: Többfokozatú gépek (pl.: gáz-, gőzturbinák)

#### **G. Felhasználási terület szerint (a teljesség igénye nélkül)**

- hajócsavar
- bányaszivattyú
- füstgázszivattyú
- turbófeltöltő



- szennyvízszivattyú                      - olajszivattyú, stb.

További osztályozási szempontok léteznek.

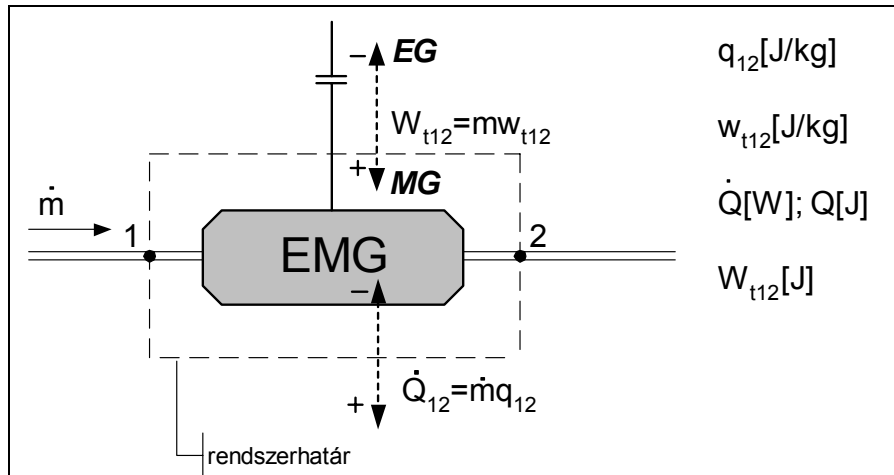
Az osztályozás más rendszer szerinti összefoglalása látható az 1.1. táblázatban.

1.1. táblázat

		ERŐGÉP	MUNKAGÉP
Volumetrikus gép	Hidraulikus	hidraulikus motor	dugattús folyadékszivattyú
	Kalorikus	gőzgép gázgép belsőégésű motor	dugattús gázsűrítő (kompresszor)
Turbógép	Hidraulikus	vízkerék víturbina	örvényszivattyú ventilátor hajócsavar
	Kalorikus	gőzturbina gázturbina	turbófúvó turbókompresszor

## 2. AZ ERŐ- ÉS MUNKAGÉPEK ALAPVETŐ ÜZEMI JELLEMZŐI

A 2.1. ábra az EMG vázlatát, mint fekete dobozt mutatja. A gépbe az 1. belépő csompon lép be a folyadék és a 2. csompon hagyja azt el. A gép tengelyén be- vagy elvezetett technikai munka  $W_{t12}$ , a gép burkolatán keresztül közölt vagy elvont hő  $Q_{12}$ .



2.1. ábra

### 2.1. Alapmennyiségek

- tömegáram:

$$\dot{m} \text{ [kg / s]} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = q_m \quad (2.1)$$

- térfogatáram:

$$Q \text{ [m}^3 \text{ / s]} = \frac{\dot{m}}{\rho} = q_v \quad (2.2)$$

Egy EMG-en átáramló folyadék térfogatáramán a belépő csomponban érvényes értéket értjük:

$$Q \equiv Q_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1}! \quad (2.3)$$

[Megjegyzés: általában  $Q_2 \neq Q_1$ , mert :

- részveszteségek vannak ( $Q_2 = Q_1 \pm Q_r$ )
- a sűrűség változik ( $Q_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2} \neq \frac{\dot{m}}{\rho_1}$ , mert  $\rho_2 \neq \rho_1$ )
- sűrűség:
  - $\rho = const.$  – inkompresszibilis = cseppfolyós folyadék,
  - $\rho = \rho(p, T)$  – gáz;

- fajlagos mechanikai energiataralom (egységnyi tömegű folyadéké):

$$e_m \left[ \frac{J}{kg} \right] = U + \frac{c^2}{2} + \mathcal{P} \quad (2.4)$$

ahol:

$$U: \text{helyzeti (potenciális) energia, } U = \left. \begin{array}{l} g \cdot z \text{ nehézségi} \\ -\frac{r^2 \cdot \omega^2}{2} \text{ centrifugális} \end{array} \right\} \text{erőtérben}$$

$$\frac{c^2}{2}: \text{sebességi (kinetikus) energia}$$

$$\mathcal{P}: \text{nyomáspotenciál, } \mathcal{P} = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}$$

- fajlagos összenergiataralom (egységnyi tömegű folyadéké)

$$e \left[ \frac{J}{kg} \right] = U + \frac{c^2}{2} + h$$

ahol:

$h$ : fajlagos entalpia

- fajlagos energiaváltozás

❖ egységnyi tömegű folyadéké:

$$Y \left[ \frac{J}{kg} \right] = \begin{cases} e_2 - e_1 > 0 \Rightarrow \mathbf{MG} \\ e_1 - e_2 > 0 \Rightarrow \mathbf{EG} \end{cases} \quad (2.5)$$

❖ egységnyi súlyú folyadéké:

$$H \left[ \frac{J}{N} = m \right] = \frac{Y}{g} \begin{cases} \text{"szállítómagasság"} \Rightarrow \mathbf{MG} \\ \text{"esésmagasság"} \Rightarrow \mathbf{EG} \end{cases} \quad (2.6)$$

- folyadékteljesítmény:

$$P[W] = \dot{m} \cdot Y = \rho \cdot Q \cdot Y = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H \quad (2.7)$$

- tengelyteljesítmény:

$$P_t[W] = \begin{cases} = \frac{P}{\eta} = \frac{\dot{m} \cdot Y}{\eta} \Rightarrow \mathbf{MG} \\ = \eta \cdot P = \eta \cdot \dot{m} \cdot Y \Rightarrow \mathbf{EG} \end{cases} \quad (\eta < 1) \quad (2.8)$$

- *összhatásfok:*

$$\eta = \begin{cases} = \frac{P}{P_t} & \Rightarrow \text{MG} \\ = \frac{P_t}{P} & \Rightarrow \text{EG} \end{cases} \quad (\eta < 1) \quad (2.9)$$

- *fordulatszám, szögsebesség:*

$$\left. \begin{array}{l} n[1/\text{min}] \\ \omega[1/\text{s}] \end{array} \right\} \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \quad (2.10)$$

### **A termodinamika I. főtétele alapján az energiaátalakítás elemzése:**

$$\Delta e_m = U_2 - U_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \mathcal{P}_{12} \quad (2.12)$$

$$\Delta e = U_2 - U_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + h_2 - h_1 \quad (2.13)$$

- Termodinamika I. főtétele zárt rendszerre vonatkozó alakja:

$$\underbrace{q_{12} + w_{surl12}} = h_2 - h_1 - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = h_2 - h_1 - (\mathcal{P}_2 - \mathcal{P}_1) = h_2 - h_1 - \mathcal{P}_{12} \quad (2.14)$$



$$\left[ \begin{array}{l} \text{adiabatikus rendszer: } q_{12} = 0 \\ \text{súrlódásmentes állapotváltozás: } w_{surl12} = 0 \end{array} \right] \Rightarrow \text{izentrópius állapotváltozás}$$



$$h_2 - h_1 = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \mathcal{P}_{12}$$



$$\boxed{\Delta e = e_2 - e_1 = \Delta e_m = e_{m2} - e_{m1}} \quad (2.15)$$

- Termodinamika I. főtétele nyitott rendszerre érvényes alakja:

$$\begin{aligned} q_{12} + w_{t12} &= h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + U_2 - U_1 = \\ &= \left( h_2 + \frac{c_2^2}{2} + U_2 \right) - \left( h_1 + \frac{c_1^2}{2} + U_1 \right) = e_2 - e_1 = Y \end{aligned} \quad (2.16)$$

- (2.13) – (2.12):

$$\Delta e - \Delta e_m = h_2 - h_1 - \mathcal{P}_{12} \stackrel{\substack{= \\ (2.14)}}{\uparrow} q_{12} + w_{surl12} \quad (2.17)$$

$$\boxed{\Delta e = \Delta e_m + q_{12} + w_{surl12}} \quad (2.18)$$

↳ **Eredmény: A rendszer összenergiaváltozása = a mechanikai energia változása + a közölt vagy elvont hő + a súrlódási munka**  
(Itt is látszik, mint (2.14; 2.15) kapcsán, hogy izentróp esetben  $\Delta e = \Delta e_m$ )

o (2.16) ·  $\dot{m}$  :

$$\underbrace{\dot{m} \cdot q_{12}}_{\dot{Q}_{12}} + \underbrace{\dot{m} \cdot w_{t12}}_{P_{t12}} = \dot{m} \cdot \underbrace{\left[ h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + U_2 - U_1 \right]}_{e_2 - e_1} \quad (2.19)$$

$$\underbrace{\phantom{\dot{m} \cdot \left[ h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + U_2 - U_1 \right]}}_{= +Y \rightarrow MG}$$

$$\underbrace{\phantom{\dot{m} \cdot \left[ h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + U_2 - U_1 \right]}}_{= -Y \rightarrow EG}$$

$$\pm P$$

$$\boxed{\dot{Q}_{12} + P_{t12} = \pm P}, \quad (2.20)$$

ahol:

$\dot{Q}_{12}$ : a gépbe vezetett vagy elvont hő

$P_{t12}$ : a gépbe be (MG) vagy abból elvezetett (EG) technikai munka

$\pm P$ : a közeg energia tartalmának változása  $\left\{ \begin{array}{l} +P > 0 \Rightarrow \mathbf{MG} \rightarrow n\ddot{o} \\ -P < 0 \Rightarrow \mathbf{EG} \rightarrow cs\ddot{o}kken \end{array} \right\}$ , azaz

a folyadékkeljesítmény

(Általában az EMG-et adiabatikusnak tekintjük, azaz  $\dot{Q}_{12} = 0$ ;  $P_{t12} = \pm P$ )

o Összenyomhatatlan folyadék esetén ( $d\left(\frac{1}{\rho}\right) \equiv 0$ ), felhasználva az entalpia és a belső energia közti

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (2.21)$$

kapcsolatot, (2.14)-ből:

$$q_{12} + w_{surl12} = u_2 - u_1 + \int_1^2 p \cdot d\left(\frac{1}{\rho}\right) = u_2 - u_1. \quad (2.22)$$

A (2.22) összefüggésből nagyon fontos következtetés vonható le:

Összenyomhatatlan folyadékot szállító EMG-ek esetén a külső hőcserétől ( $q_{12} \approx 0$ ) és a súrlódási (belső) hőtől ( $w_{surl12} \approx 0$ ) eltekintve a folyadék belső energiája gyakorlatilag nem változik:

$$u_2 - u_1 \approx 0, \quad (2.23)$$

illetve a gyakorlati esetek zöménél az egyéb energiafajták mellett elhanyagolható:

$$u_2 - u_1 \ll U_2 - U_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \Delta e_m. \quad (2.24)$$

A (2.24) kifejezés felírásakor figyelembe vettük, hogy  $\rho = const.$  esetén

$$\mathcal{P}_{12} = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}.$$

(2.18) és (2.22) összevetéséből  $\rho = const.$  esetén:

$$\Delta e = \Delta e_m + q_{12} + W_{12,surl} = \Delta e_m + u_2 - u_1.$$

A (2.24) egyenlőséget figyelembe véve, tehát összenyomhatatlan folyadék esetén:

$$\Delta e \cong \Delta e_m = U_2 - U_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho},$$

azaz

$$\pm Y \cong U_2 - U_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho}. \quad (2.25)$$

### 3. TÉRFOGAT KISZORÍTÁS ELVÉN MŰKÖDŐ MUNKAGÉPEK:

Térfogat kiszorítás elvén működnek azok a gépek, ahol a folyadékot körülhatároló tér térfogata az energiaváltozás folyamán változik.

A térfogat kiszorításos gépek is lehetnek egyaránt munkagépek (pl. szivattyúk, kompresszorok) vagy erőgépek (hidraulikus motorok).

A térfogat kiszorítás elvének végrehajtásához a gépnek a következő műveleteket kell elvégeznie:

- ▶ a közeget a munkatérbe be kell juttatni;
- ▶ a teret le kell zárni;
- ▶ a lezárt munkatérben az energiaátalakítást végző alkatrészek (pl. dugattyú) a kompresszió munkát (+ vagy – értelemben) el kell végeznie, aminek eredményeként a bezárt közeg nyomása (és hőmérséklete) megváltozik;
- ▶ a teret ki kell nyitni;
- ▶ a közeget a munkatérből el kell távolítani.

E követelmények kielégítésére számtalan megoldás született. Néhány fő szempont szerinti csoportosításukat a munkagépeken mutatjuk be.

#### 3.1. A térfogat kiszorításos munkagépek osztályozása

A kiszorító elem mozgása alapján:

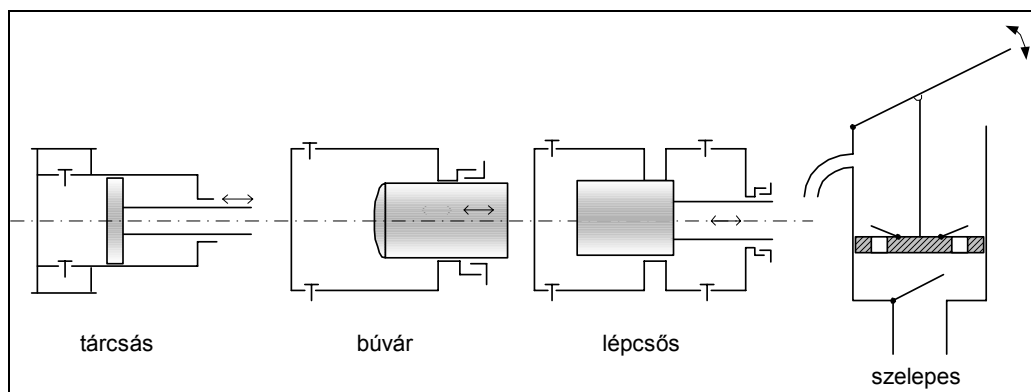
**A:** egyenes vonalú lengő

**B:** forgó-lengő

**C:** forgó

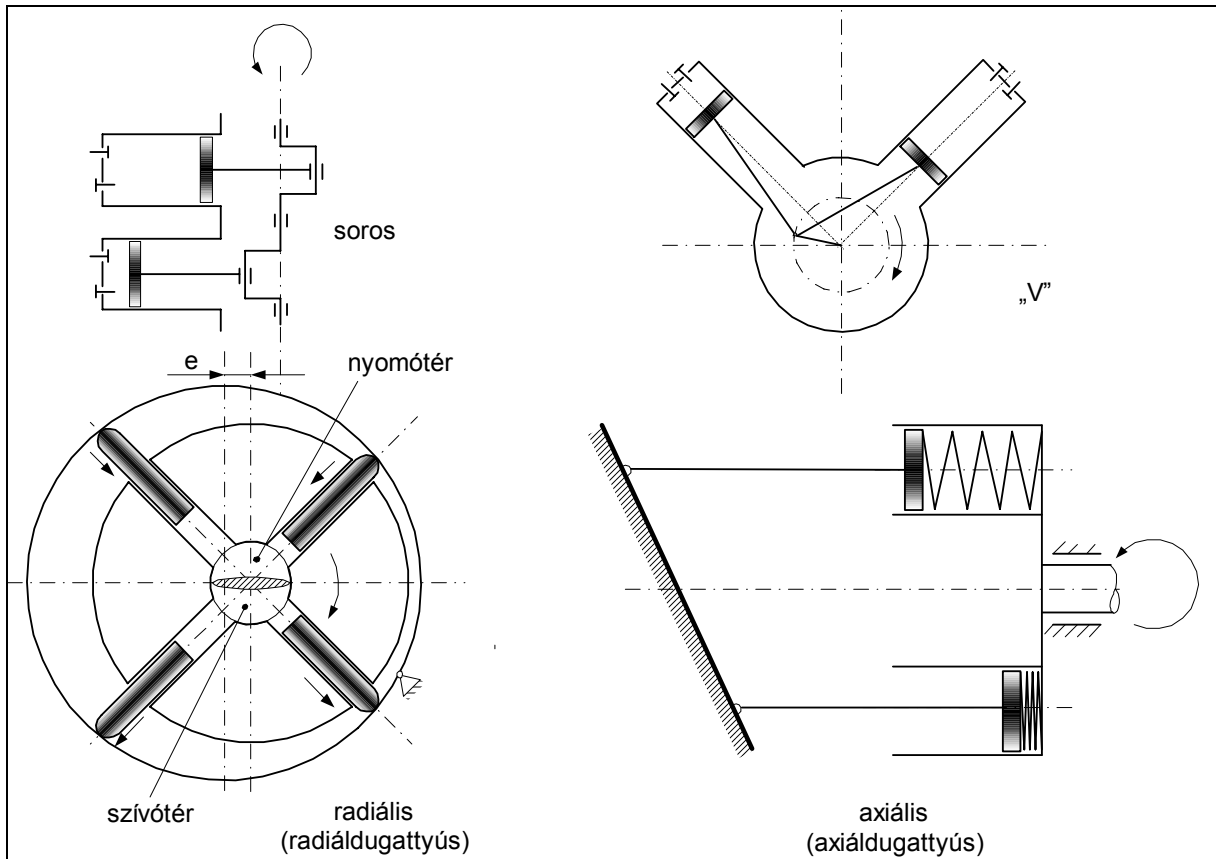
**Ad A.** ⇨ a kiszorító elem:  $\begin{cases} \text{dugattyú (A1)} \\ \text{membrán (A2)} \end{cases}$

**Ad. A1** ⇨ **A dugattyú típusa alapján:** (3.1. ábra)



3.1. ábra

⇨ **A hengerelrendezés szerint:** (3.2. ábra)



3.2. ábra

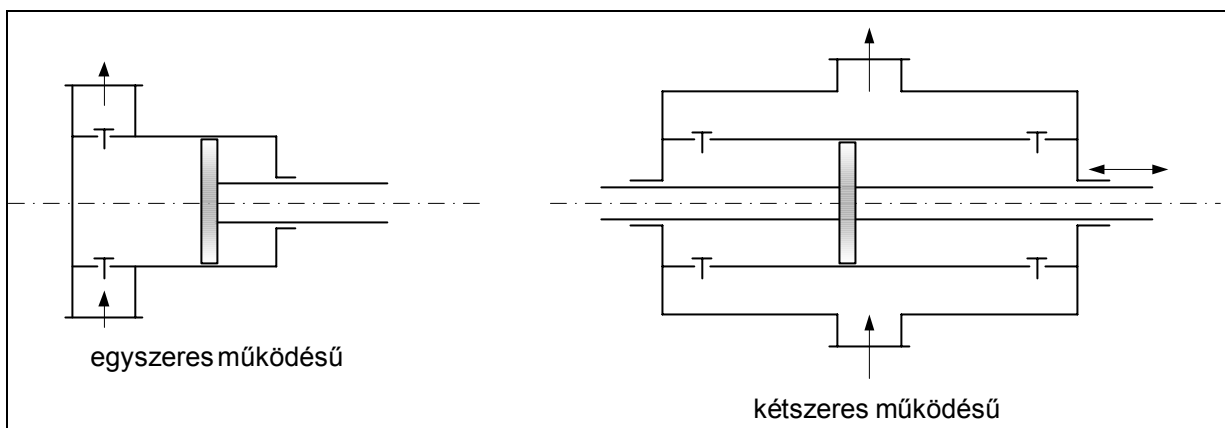
⇒ A vezérlés típusa szerint:

- szelepvezérlésű
- résvezérlésű

⇒ A hengerek száma szerint:

- egyhengeres
- több hengeres

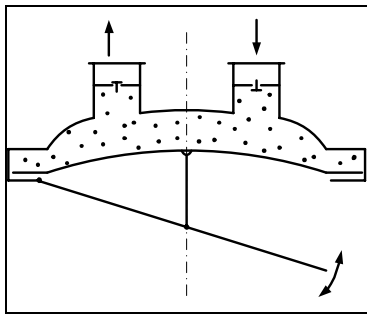
⇒ A dugattyú mely oldala(i) vesz(nek) részt a munkavégzésben: (3.3. ábra)



3.3. ábra

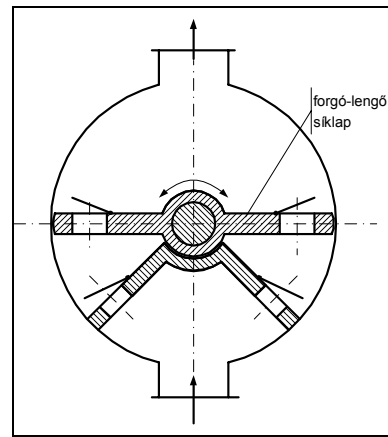


**Ad A2 Membránszivattyú** (3.4. ábra)



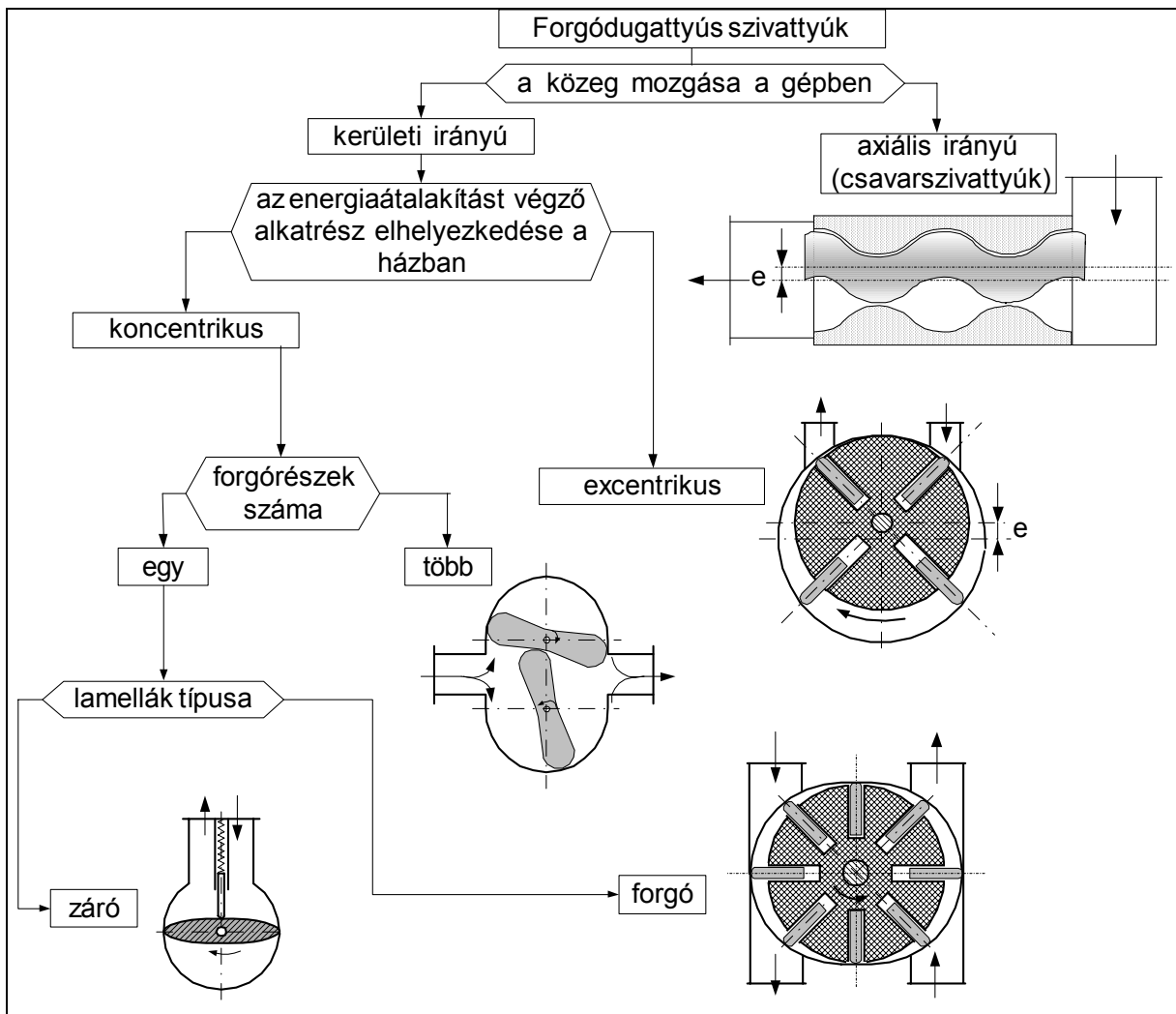
3.4. ábra

**Ad B. Szárnyszivattyú** (3.5. ábra)



3.5. ábra

**Ad C. A kiszorító elem forgó mozgásán alapuló munkagépek** csoportosítása a 3.6. ábrán látható:



3.6. ábra

### 3.2. A dugattyúmozgás kinematikája

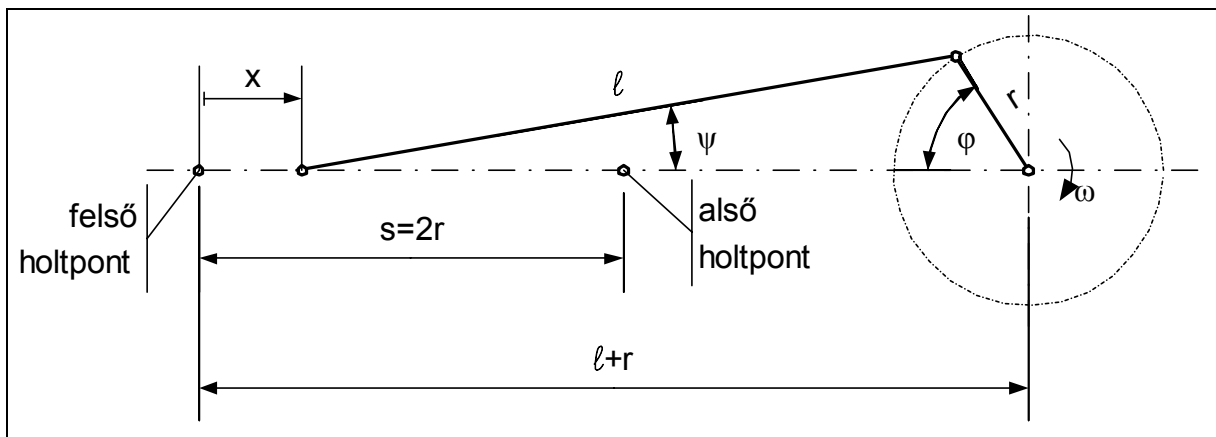
Az egyenesvonalú alternáló dugattyúmozgást különböző mozgató szerkezetekkel létre lehet hozni. Ezek a teljesség igénye nélkül:

- ▶ dugattyús erőgéppel közvetlenül,
- ▶ kézi emelő,
- ▶ kulisszás hajtómű,
- ▶ excenter,
- ▶ forgattyús hajtómű,
- ▶ bütykös hajtás,
- ▶ ferde álló tárcsa, forgó hengerek (lásd előbb),
- ▶ ferde bolygótárcsa, álló henger.

A leggyakrabban használt hajtóműtípus a forgattyús hajtómű, így annak mozgástörvényeit részletezzük és bemutatjuk a kulisszás hajtóművet is.

#### 3.2.1. Forgattyús hajtómű kinematikája

A lengődugattyús szivattyúkat igen gyakran forgattyús hajtómű (3.7. ábra) közbeiktatásával hajtják. Ez alakítja át a hajtó gép forgó mozgását egyenesvonalú lengőmozgássá.



3.7. ábra

$$\varphi = \omega \cdot t; \quad \omega = \text{áll.} \quad (3.1)$$

$$\varphi \cdot \sin \psi = r \cdot \sin \varphi \quad (3.2)$$

$$l + r = x + l \cdot \cos \psi + r \cdot \cos \varphi \quad (3.3)$$

$$x = r \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) + l \cdot (1 - \cos \psi) \quad (3.4)$$

A hajtórúdarány:

$$\lambda = \frac{r}{l} = \sin \psi \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \quad (3.5)$$

$$\sin \psi = \lambda \cdot \sin \varphi \quad (3.6)$$

$$\lambda = \frac{1}{6} \div \frac{1}{2,8} \quad (3.7)$$

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)} \quad (3.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) + \frac{r}{\lambda} \cdot (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{dx}{dt} = r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \left[ 1 + \frac{\lambda \cdot \cos(\omega \cdot t)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}} \right] \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{dv}{dt} = r \cdot \omega^2 \cdot \left[ \cos(\omega \cdot t) + \frac{\lambda \cdot \cos^2(\omega \cdot t)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}} - \frac{\lambda \cdot (1 - \lambda^2) \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}{[1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)]^{\frac{3}{2}}} \right] \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Közelítő képletek

$$\sqrt{1 + \Delta x} \cong 1 + \frac{1}{2} \Delta x \quad (\text{Taylor sorfejtés első két tagja}) \quad (3.12)$$

(mert a Taylor sorfejtés:  $y = \sqrt{x}$  az  $x = 1$  környezetében:

$$y \cdot (1 + \Delta x) = y(1) + y'(1) \cdot \Delta x + \frac{y''(1)}{2!} \cdot \Delta x^2 + \dots$$

$$y \cdot (1 + \Delta x) = \sqrt{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1}} \cdot \Delta x + \dots \quad )$$

Így:  $\Delta x = -\lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$  helyettesítésével:

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) , \quad (3.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r(1 - \cos(\omega \cdot t) + \frac{\lambda}{2} \sin^2(\omega \cdot t)) , \end{array} \right. \quad (3.14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = r \cdot \omega \cdot (\sin(\omega \cdot t) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)) , \end{array} \right. \quad (3.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\omega \cdot t) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) . \end{array} \right. \quad (3.16)$$

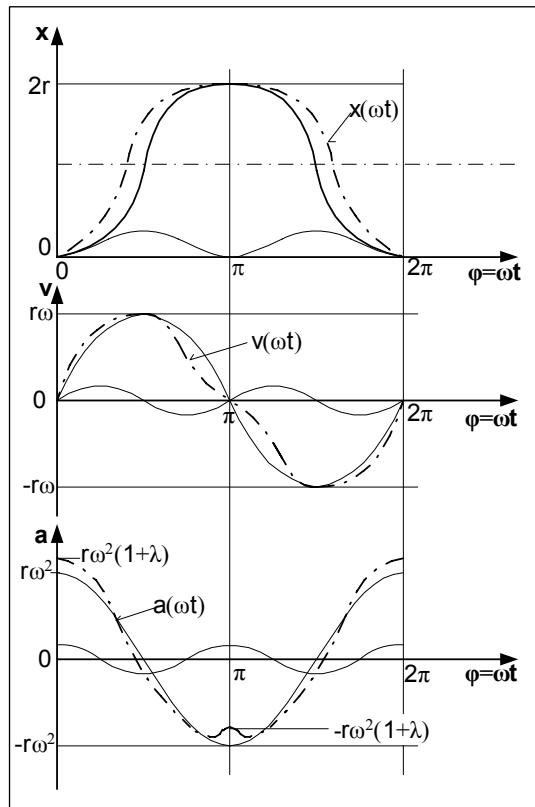
A  $\lambda \Rightarrow 0$  határesetben:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) , \end{array} \right. \quad (3.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v = r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) , \end{array} \right. \quad (3.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) , \end{array} \right. \quad (3.19)$$

(Pl.  $\ell = 5 \cdot r$ , és  $\lambda = 0,2$  esetén a legnagyobb sebesség 2%-al a gyorsulás 20%-al nagyobb a  $\lambda = 0$ -val számolt értéknél.)



A 3.8. ábra a mozgásjellemzők időbeli lefolyását mutatja.

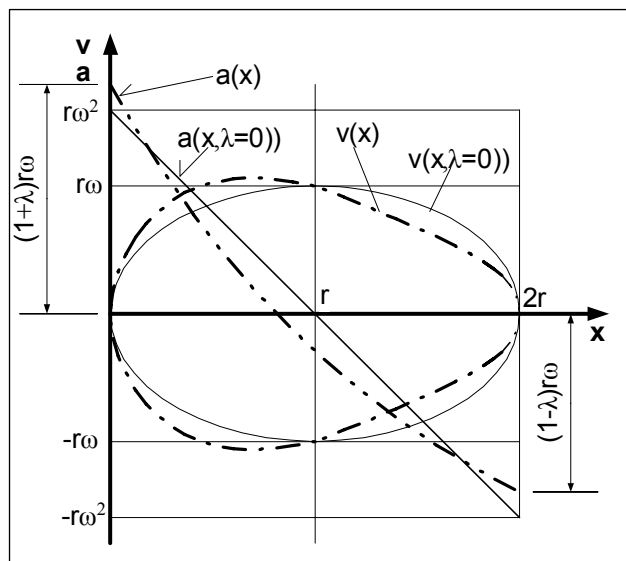
$$x(\omega \cdot t) = r \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$$

$$v(\omega \cdot t) = r \cdot \omega \cdot (\sin(\omega \cdot t) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t))$$

$$a(\omega \cdot t) = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\omega \cdot t) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t))$$

3.8. ábra

A sebességet ( $v(x)$ ) és a gyorsulást ( $a(x)$ ) az elmozdulás függvényében mutatja a 3.9. ábra.



$\lambda = 0$  esetben :

$$\frac{r \cdot x}{r} = \cos(\omega \cdot t); \quad \frac{v}{r \cdot \omega} = \sin(\omega \cdot t)$$

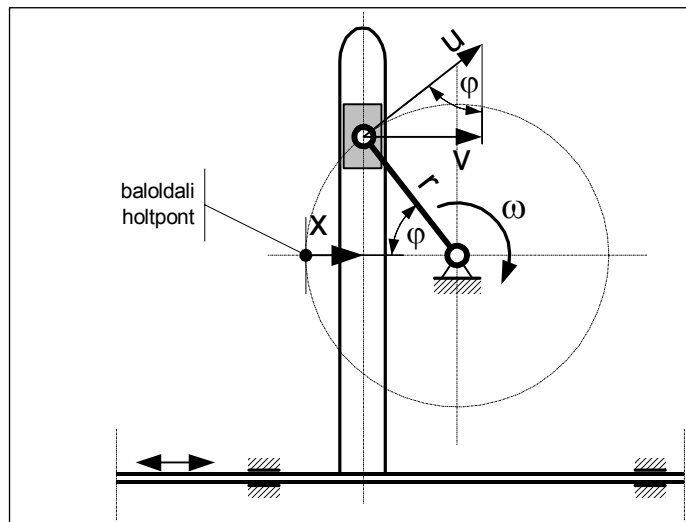
$$\frac{(x - r)^2}{r^2} + \frac{v^2}{(r \cdot \omega)^2} = 1 \rightarrow \text{ellipszis} \quad (3.20)$$

$$a = \omega^2 \cdot (r - x) \rightarrow \text{egyenes} \quad (3.21)$$

3.9. ábra

### 3.2.2. A kulisszás hajtómű kinematikája

Mivel a kulisszás hajtómű (3.10. ábra) a forgattyús hajtómű „határesete”, amikor  $\lambda = 0$ , ezért itt röviden bemutatjuk.



$$u = r \cdot \omega, \quad \varphi = \omega \cdot t$$

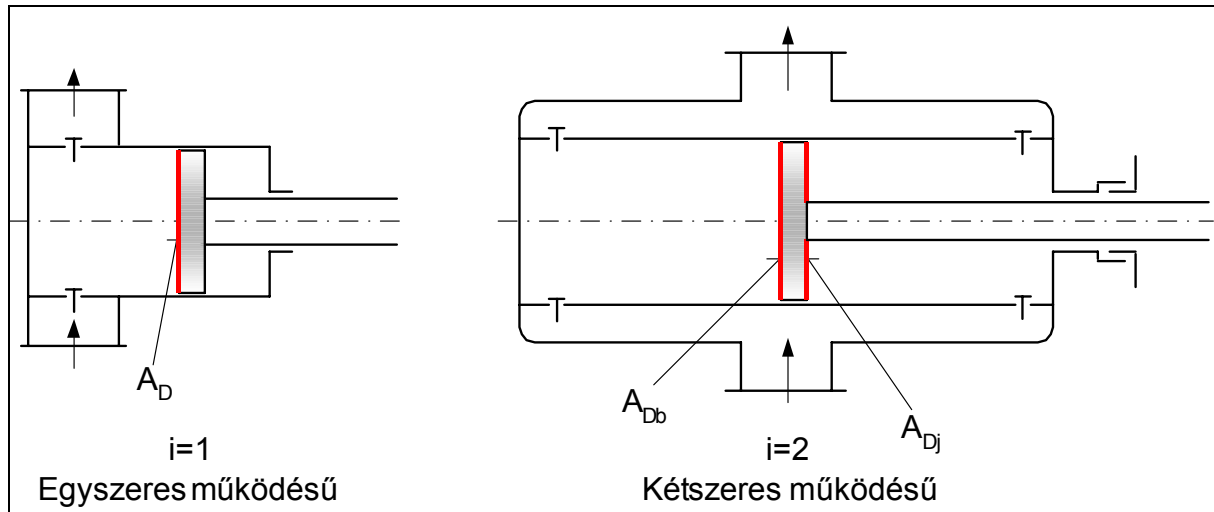
$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot (1 - \cos(\omega \cdot t)) , \quad (3.22) \\ v = \frac{dx}{dt} = r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) , \quad (3.23) \\ a = \frac{dv}{dt} = r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t) . \quad (3.24) \end{array} \right.$$

3.10. ábra

### 3.3. A dugattyús szivattyúk üzemi jellemzői

#### 3.3.1. Közepes folyadékszállítás

A közepes folyadékszállítás értelmezéséhez tekintsük a 3.11. ábrát.



3.11. ábra

- Közepes elméleti folyadékszállítás

$$Q_{ek} [m^3 / s] = V \cdot n \cdot i \cdot z \quad (3.25)$$

ahol:

- ▶  $V [m^3] = A_D \cdot s$ : lökettérfogat
- ▶  $n [1/s]$ : löketszám (fordulatszám)
- ▶  $i = 1$  vagy  $2$ : működési szám
- ▶  $z$ : hengerszám (párhuzamosan kapcsolt hengerek száma)

Kettős működésű szivattyú esetén a közepes dugattyúkeresztmetszet:

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot (A_{Db} + A_{Dj}) \quad (3.26)$$

$$\left( V = \frac{1}{2} \cdot (V_b + V_j) = \frac{1}{2} \cdot (A_{Db} + A_{Dj}) \cdot s \right)$$

- Közepes valóságos folyadékszállítás

$Q_k$  – közepes valóságos folyadékszállítás

$Q_r$  – résveszteség

$$Q_k < Q_k + Q_r < Q_{ek} \quad (3.27)$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \underbrace{\eta'_v} & & \lambda_t \\ \eta_v & & \end{array}$$

- Volumetrikus hatásfok:

$$\eta'_v = \frac{Q_k}{Q_k + Q_r} < 1 \quad (\eta'_v = 0,93 \div 0,98) \quad (3.28)$$

A volumetrikus veszteség okai:

- tömszelencén keletkező veszteség,
- tömítetlenségek, visszaáramlás a nyomóról a szívó oldalra (pl.: szelepes szivattyúknál a szelepek késői nyitása vagy zárása miatt, forgódugattyús gépeknél az egymáshoz képest elmozduló alkatrészek menti visszaáramlás miatt)

- Töltési fok:

$$\lambda_v = \frac{Q_k + Q_r}{Q_{ek}} < 1. \quad (3.29)$$

Okai:

- a folyadék levegő tartalma,
- a réseken beszívott levegő miatt a lökettérfogatnál kevesebb folyadék jut a henger-térbe.

$\eta'_v$  és  $\lambda_v$  nehezen választható szét. Sok szerző nem választja szét, hanem  $\eta_v = \frac{Q_k}{Q_{ek}}$  –ként értelmeztet volumetrikus hatásfokban összegzik:

$$\eta_v = \frac{Q_k}{Q_{ek}} = \eta'_v \cdot \lambda_v \cong 0,9 \div 0,96. \quad (3.30)$$

**3.3.2. Szállítómagasság**

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) \quad \left( = \frac{Y}{g} \right) \quad (3.31)$$

Az 1. és 2. index a szívó- és nyomócsokra, légüstök esetén azok közepes folyadékszintjére vonatkoznak. Dugattyús gépeknél általában  $A_1 = A_2 \Rightarrow c_1 = c_2$ , azaz

$$H \cong \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + z_2 - z_1. \quad (3.32)$$

Zömében  $\Delta p = p_2 - p_1$  nagy ( $z_2 - z_1$ )-hez képest, így megengedett a közelítés:

$$H \cong \frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (3.33)$$

- Kisnyomású gépek:  $\Delta p < 20 \text{ bar}$ ,
- Közepes nyomásúak:  $20 \text{ bar} < \Delta p < 100 \text{ bar}$ ,
- Nagynyomásúak:  $\Delta p > 100 \text{ bar}$ .

**3.3.3. teljesítmények és hatásfokok**• **Teljesítmények**

- Bevezetett:  $P_t$  ;
- Hasznos:  $P = \dot{m}_k \cdot Y = \rho \cdot Q_k \cdot g \cdot H$  ; (3.34)

- Mechanikai teljesítmény veszteség:  $P'_m$  ;
- Belső (hidraulikai) teljesítmény:  $P_b = P_t - P'_m$  . (3.35)

• **Hatásfokok**

- Mechanikai:  $\eta_m = \frac{P_b}{P_t} = 1 - \frac{P'_m}{P_t} \cong 0,85 \div 0,96$  ; (3.36)

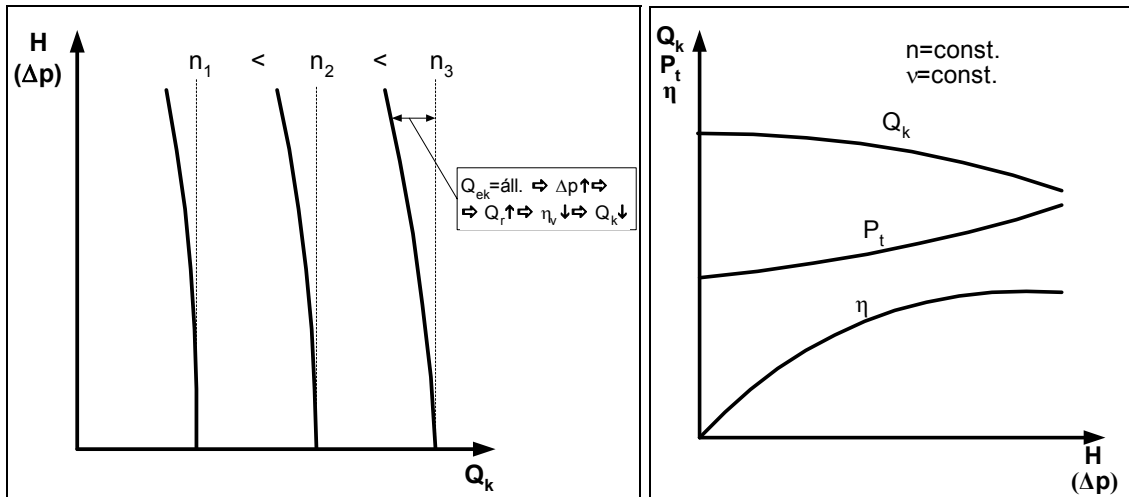
- Hidraulikus:  $\eta_h = \frac{H}{H_e} = \frac{H}{H + h'} = \frac{Y}{Y + e'} \cong 0,85 \div 0,96$  ; (3.37)

- Összhatásfok:  $\eta = \frac{P}{P_t} = \frac{P}{P_b} \cdot \frac{P_b}{P_t} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q_k \cdot H}{\rho \cdot g \cdot Q_{ek} \cdot H_e} \cdot \eta_m = \eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m$  . (3.38)



### 3.3.4. Jelleggörbék

A 3.12. ábra mutatja a dugattyús szivattyúk jelleggörbéjét. Jól látható, hogy adott fordulatszám esetén a  $H$  szállítómagasságtól, azaz (3.33) szerint az előállított  $\Delta p$  nyomáskülönbségtől függetlenül a  $Q_{ek}$  elméleti közepes folyadékszállítás konstans. A nyomáskülönbség növekedtével a volumetrikus veszteségek is nőnek. Így a  $Q_k$  közepes folyadékszállítás egyre jobban csökkenve, görbéje távolodik a  $Q_{ek}$  elméleti közepes folyadékszállítás függőleges egyenesétől. A 3.13. ábra a  $H$  szállítómagasság ( $\Delta p$  nyomáskülönbség) függvényében mutatja a jelleggörbéket.



3.12. ábra

3.13. ábra

A 3.13. ábra jól érzékelteti, hogy dugattyús szivattyúknál nagy ellennyomás tartományban (nagy  $H$  tartományban) a szállított közegmennyiség csak kissé változik! Kivéve a forgódugattyúsokat, ahol nagyobb a volumetrikus veszteség.)

A 3.14. ábra négy diagramján négy különböző típusú szivattyú  $Q(\Delta p)$ ; és  $\eta(\Delta p)$  jelleggörbéi láthatóak, vízzel és olajjal mérve. Jól látható a fő különbség a dugattyús és a centrifugál szivattyúk jelleggörbéi között.

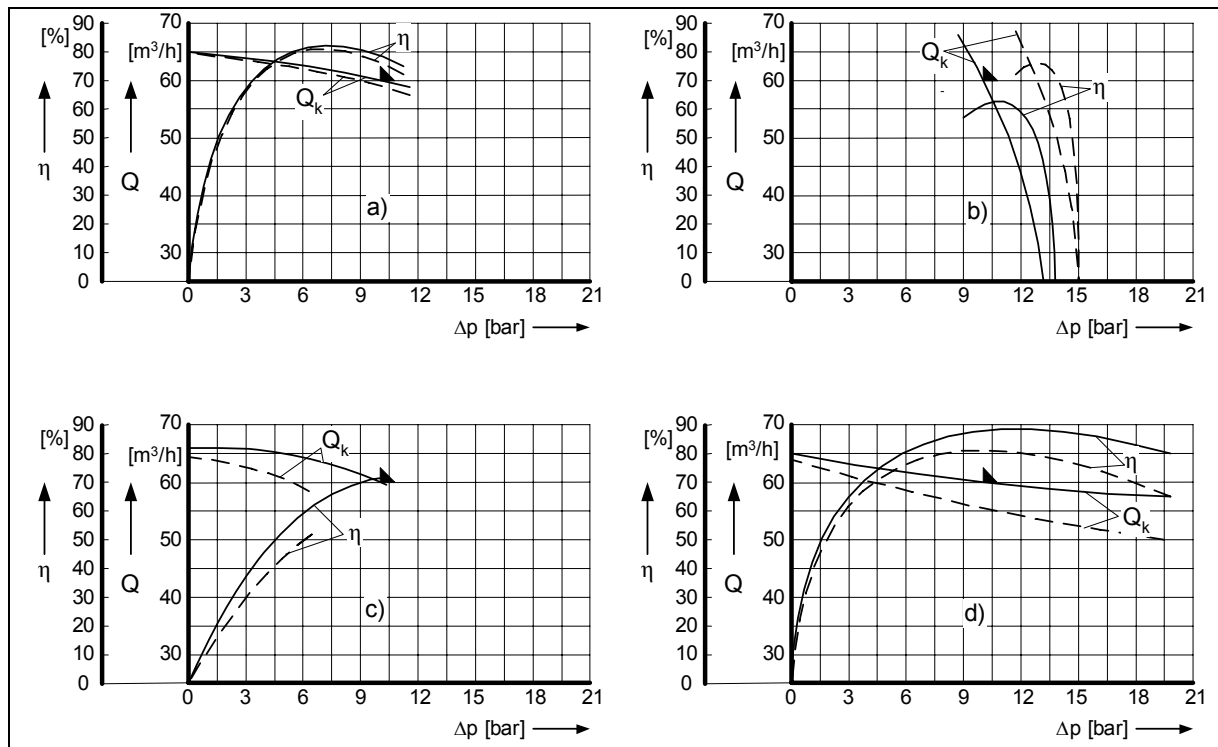
Mindegyik esetben a névleges üzemi pont (olajra):

$$\begin{cases} Q = 60 \text{ m}^3/\text{h} \\ \Delta p = 10 \text{ bar} \\ n = 1450 \text{ l/min} \end{cases}$$

A 3.14. ábrán használt jelölések:

----- víz: ( $\nu \cong 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\rho = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$ )

———— gépolaj: ( $\nu \cong 3,74 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\rho = 920 \text{ kg}/\text{m}^3$ )



3.14. ábra

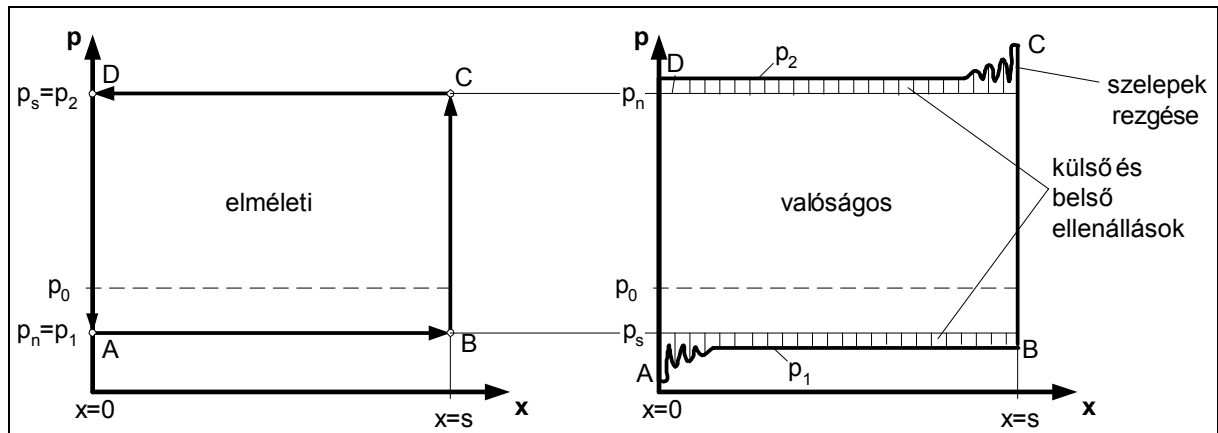
a) dugattyús szivattyú, b) centrifugál szivattyú, c) fogaskerék szivattyú, d) háromorsós csavarszivattyú

A térfogat kiszorításos szivattyúnál a  $\nu$  viszkozitás növekedésével a jelleggörbék javulnak, ellentétben a centrifugál szivattyúkéval.

A forgódugattyús szivattyúk folyadékszállítása csökken a  $\Delta p$  növelésével! (A 3.14. ábrán a fogaskerék szivattyú képviseli ezt a csoportot, de a jelleggörbéjének eső szakasza el van hagyva!)

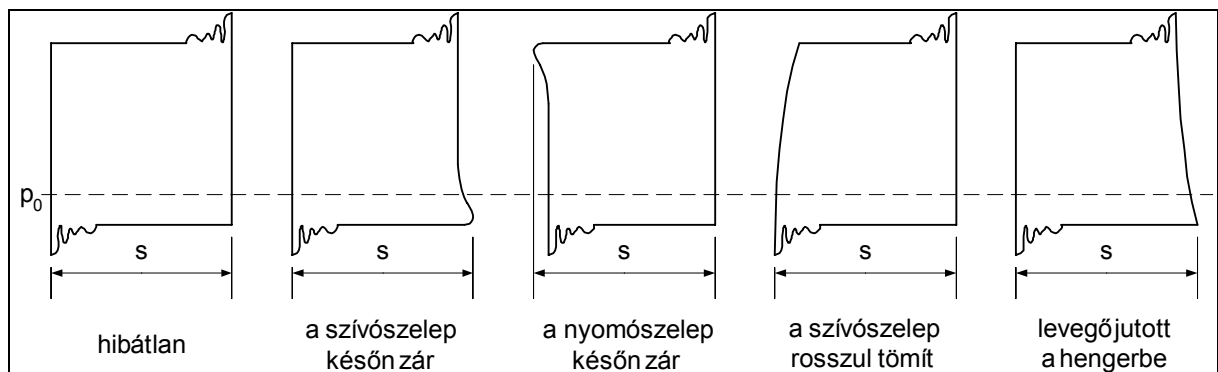
### 3.3.5. Indikátor diagramm

A 3.15. ábra egy elméleti és egy valóságos indikátordiagramot mutat, amely nem más, mint a hengertérben a nyomásváltozás az elmozdulás függvényében.



3.15. ábra

A valóságos indikátor diagram utal az esetleges hibára (3.16. ábra)



3.16. ábra

Az indikátor diagrammot műszerrel veszik fel, s a legjobb diagnosztikai eljárás a dugattyús szivattyú hibáinak felderítése.

### 3.3.6. A folyadékszállítás időbeli lefolyása

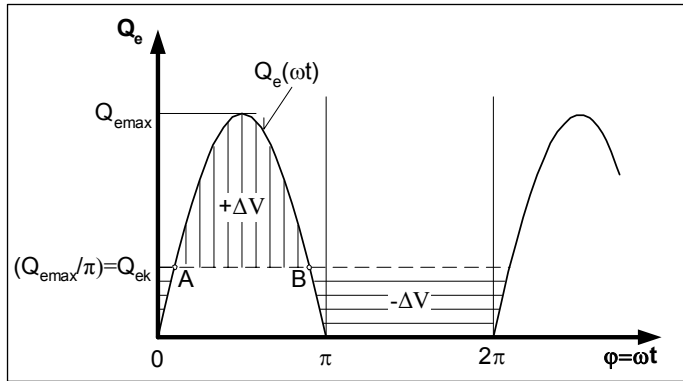
A folyadékszállítás időbeli lefolyását vizsgáljuk különböző dugattyús szivattyú összeállítások esetén.

A dugattyú mozgástörvénye és az elméleti folyadékszállítás:

$$v(t) \cong r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (\lambda = 0)$$

$$Q_e(t) = v(t) \cdot A_D$$

- $\boxed{i = 1, z = 1}$  (3.17. ábra)



3.17. ábra

$$Q_e(\omega \cdot t) = \begin{cases} A_D \cdot r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t), & \text{ha } 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 0, & \text{ha } \pi \leq \varphi \leq 2 \cdot \pi \end{cases} \quad (3.39)$$

$$Q_{ek} = V \cdot n = A_D \cdot 2 \cdot r \cdot \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{\pi} \cdot \underbrace{A_D \cdot r \cdot \omega}_{Q_{e \max}} \quad (3.40)$$

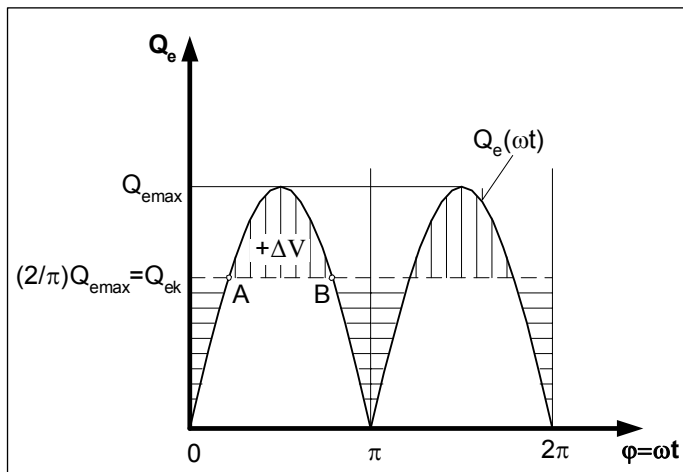
$$Q_{e \max} = Q_e \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right) = A_D \cdot r \cdot \omega \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \int_{t_A}^{t_B} (Q_e - Q_{ek}) \cdot dt = \frac{A_D \cdot r \cdot \omega}{\omega} \cdot \int_{\varphi_A}^{\varphi_B} \left( \sin(\omega \cdot t) - \frac{1}{\pi} \right) \cdot d(\omega \cdot t) = \\ &= A_D \cdot r \cdot \left[ -\cos(\omega \cdot t) - \frac{\omega \cdot t}{\pi} \right]_{\omega t_A}^{\omega t_B} = 1,10221 \cdot A_D \cdot r \cong \underline{\underline{0,55 \cdot V}}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

mert  $\varphi_A$  és  $\varphi_B$  értéke ( $Q_e(\varphi_A, \varphi_B) = Q_{ek}$ ):

$$\sin(\omega \cdot t)_{A,B} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_A = \omega \cdot t_A = 18,56^\circ = 0,32395 \\ \varphi_B = \omega \cdot t_B = 180 - \omega \cdot t_B = 161,44^\circ = 2,81765 \end{cases}$$

- $\boxed{i = 2, z = 1}$  ( $A_{Db} = A_{Dj}$ ) (3.18. ábra)



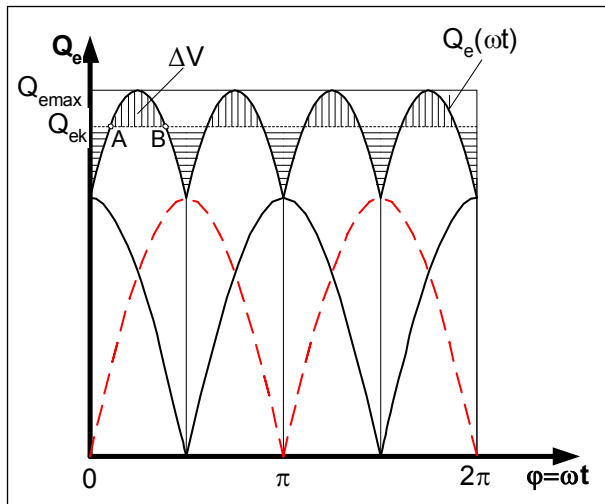
3.18. ábra

$$Q_e(\omega t) = \begin{cases} A_D \cdot r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t), & \text{ha } 0 \leq \varphi \leq \pi \\ -A_D \cdot r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t), & \text{ha } \pi \leq \varphi \leq 2 \cdot \pi \end{cases} \quad (3.43)$$

$$Q_{ek} = 2 \cdot V \cdot n = 2 \cdot A_D \cdot 2 \cdot r \cdot \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{2}{\pi} \cdot \underbrace{A_D \cdot r \cdot \omega}_{Q_{e \max}} \quad (3.44)$$

$$\Delta V = \int_{t_A}^{t_B} (Q_e - Q_{ek}) \cdot dt = \underline{\underline{0,21 \cdot V}} \quad (3.45)$$

- $i = 2, z = 2$  (90°-os elékeléssel) (3.19. ábra)



3.19. ábra

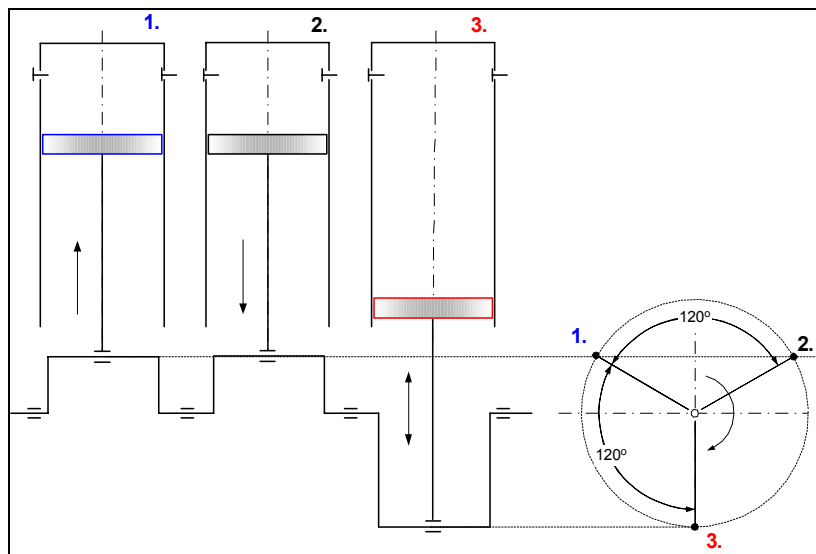
$$Q_e(\omega t) = A_D \cdot r \cdot \omega \cdot \left[ \sin(\omega \cdot t) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \right] = \sqrt{2} \cdot A_D \cdot r \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (3.46)$$

$$Q_{ek} = 4 \cdot V \cdot n = \frac{4}{\pi} \cdot A_D \cdot r \cdot \omega \quad (3.47)$$

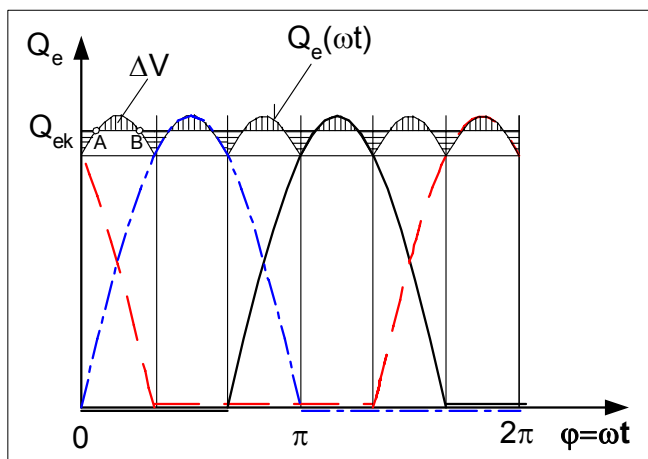
$$Q_{ekmax} = \sqrt{2} \cdot A_D \cdot r \cdot \omega = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi}{4} \cdot Q_{ek} \quad (3.48)$$

$$\Delta V = \int_{t_A}^{t_B} (Q_e - Q_{ek}) \cdot dt = \underline{\underline{0,042 \cdot V}} \quad (3.49)$$

- $i = 1, z = 3$  (triplex szivattyú, 120°-os elékeléssel (3.20.-3.21. ábra))



3.20. ábra



$$Q_{ek} = 3 \cdot V \cdot n = \frac{3}{\pi} \cdot A_D \cdot r \cdot \omega = \frac{3}{\pi} \cdot Q_{ekmax} \quad (3.50)$$

$$\Delta V = \int_{t_A}^{t_B} (Q_e - Q_{ek}) \cdot dt = \underline{\underline{0,009 \cdot V}} \quad (3.51)$$

Ez olyan egyenletes szállítást jelent, hogy nincs szükség légüstre.

3.21. ábra

Összefoglalva

Az előző eseteket összefoglalóan mutatja a 3.1. táblázat.

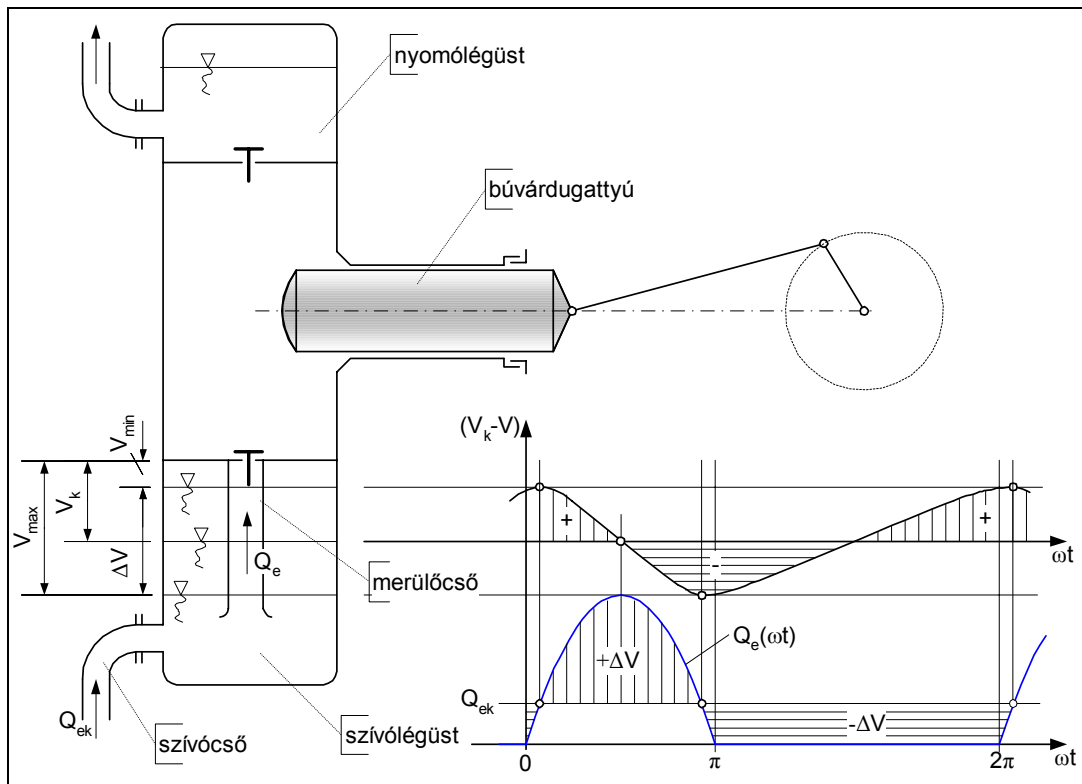
3.1. táblázat

z	i	elékelés szöge	$v = \frac{\Delta V}{V}$	$\sigma$
1	1	-	0,55	1
1	2	-	0,21	2
2	2	90°	0,042	4
3	1	120°	0,009	6

$\sigma$  : lökésszám = a  $2 \cdot \pi$ -re eső lökések száma a légüstben (a diagrammokon a púpok száma), a rezonancia miatt érdekes.

**3.3.7. Légüst**

A folyadékáram egyenletessé tételére légüstöt (3.22. ábra) használnak.



3.22. ábra

$V$ : légüst térfogat = a légüstben a folyadék felett lévő levegő térfogata.

Szívó légüst:

- ▶ amikor  $Q_e > Q_{ek}$ , akkor a légüstből pótlódik a  $\Delta V$  különbség, a szívó légüst vízszintje csökken;
- ▶ amikor  $Q_{ek} > Q_e$ , (pl. amikor nyomóütem van, s a merülőcsőben  $Q_e = 0$ ) akkor a víz-felszín feletti légpárna alacsony nyomása (vákuum) hatására a víz a szívócsövön keresztül a szívótartályból visszapótlódik a légüstbe, a szívó légüst vízszintje nő.

Tehát a szívócsőben folyamatos  $Q_{ek} \approx \text{áll.}$  áramlás van, miközben a merülőcsőben az áramlás szakaszos.

### 3.4. Dugattyús szivattyú főméretének meghatározása

Alapadatok:  $Q, H, n$

$$Q_k = Q$$

$$Q_{ek} = \frac{Q_k}{\eta_v} = \frac{Q}{\eta_v}, \text{ ahol } \eta_v = 0,90 \div 0,96 \text{ (lásd: 3.30)}$$

Két lehetőség a továbblépésre:

#### Közepes dugattyúsebességből

$\bar{v}_D = 2 \cdot s \cdot n$  felvétele a fordulatszám függvényében:

$$n = (40 \div 60) [1/min]; \quad \bar{v}_D = (0,3 \div 0,6) [m/s]$$

$$n = (60 \div 160) [1/min]; \quad \bar{v}_D = (0,6 \div 1,3) [m/s]$$

$$n > 160 [1/min]; \quad \bar{v}_D = (1,3 \div 2,0) [m/s]$$

$$s = \frac{\bar{v}_D}{2 \cdot n} \quad (3.52)$$

$$\frac{Q}{\eta_v} = Q_{ek} = V \cdot n \cdot i \cdot z = \frac{D_D^2 \cdot \pi}{4} \cdot s \cdot n \cdot i \cdot z \quad (3.53)$$

$$D_D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{s \cdot n \cdot i \cdot z \cdot \eta_v}} \quad (3.55)$$

#### Lökötviszonyból

$x_\ell = \frac{s}{D_D}$  felvétele a szállítómagasság függvényében:

$$H < 40m; \quad x_\ell = 0,7 \div 1,4$$

$$40m < H < 100m; \quad x_\ell = 1,3 \div 1,9$$

$$100m < H < 150m; \quad x_\ell = 1,8 \div 2,5$$

$$\text{(speciális esetben } H = 6000m; \quad x_\ell = 6)$$

$$Q_{ek} = A_D \cdot x_\ell \cdot D_D \cdot n \cdot i \cdot z = \frac{D_D^3 \cdot \pi}{4} x_\ell \cdot n \cdot i \cdot z \quad (3.54)$$

$$D_D = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{x_\ell \cdot n \cdot i \cdot z \cdot \eta_v}} \quad (3.56)$$

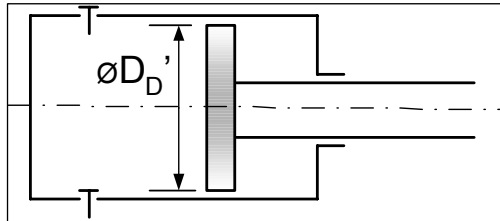
$$s = x_\ell \cdot D_D \quad (3.57)$$

E kifejezések akkor adják a tényleges dugattyú átmérőt, ha a dugattyú működő felületeinek oldalán nincs tengely. Ilyen eset csak egy van, ha  $i = 1$  és a tengely nem átmenő. A tényleges dugattyú átmérő meghatározása a (3.55) illetve (3.56) kifejezések szerinti elméleti  $D$  dugattyú átmérőből az alábbiak szerint történik.

A működő átlagos dugattyúfelület

$$A_{Dk} = \frac{D_D^2 \pi}{4} \quad (3.58)$$

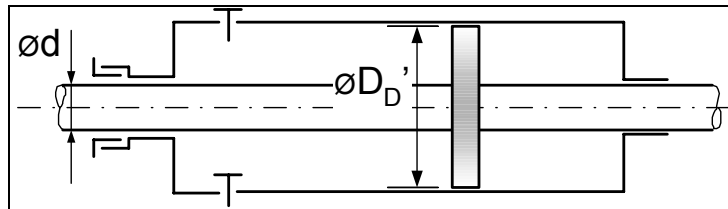
**i = 1 nem átmenő tengellyel** (3.23. ábra)



$$D_D' \equiv D_D \quad (3.59)$$

3.23. ábra

**i = 1 átmenő tengellyel** (3.24. ábra)

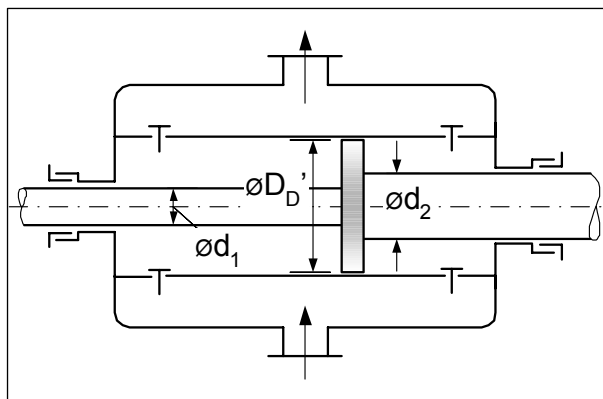


3.24. ábra

$$A_{Dk} = \frac{D_D'^2 - d^2}{4} \cdot \pi ;$$

$$D_D' = \sqrt{D_D^2 + d^2} \quad (3.60)$$

**i = 2 átmenő tengellyel** (3.25. ábra)



$$A_{Dk} = \frac{1}{2} \cdot \left[ (D_D'^2 - d_1^2) \cdot \frac{\pi}{4} + (D_D'^2 - d_2^2) \cdot \frac{\pi}{4} \right]$$

$$D_D' = \sqrt{D_D^2 + \frac{d_1^2 + d_2^2}{2}} \quad (3.61)$$

3.25. ábra

Speciális esetek: ➤  $d = d_1 = d_2 \rightarrow D_D' = \sqrt{D_D^2 + d^2}$

➤  $d_1 = 0, d_2 = d \rightarrow D_D' = \sqrt{D_D^2 + \frac{1}{2} \cdot d^2}$  (nem átmenő tengely esetén)



Mindezek akkor igazak, ha a lőketviszonyt  $x_\ell = \frac{s}{D_D}$  szerint értelmezzük.

Amennyiben a lőketviszonyt

$$x_e = \frac{s}{D'} \quad (3.62)$$

összefüggés szerint értelmezzük, akkor a legáltalánosabb esetben ( $i = 2$  átmenő tengellyel):

$$\frac{Q}{\eta_v} = \frac{1}{2} \cdot \left[ (D_D'^2 - d_1^2) \cdot \frac{\pi}{4} + (D_D'^2 - d_2^2) \cdot \frac{\pi}{4} \right] \cdot \overset{i=2}{\downarrow} s \cdot n \cdot z \cdot i, \\ \uparrow \\ s = x_e D_D'$$

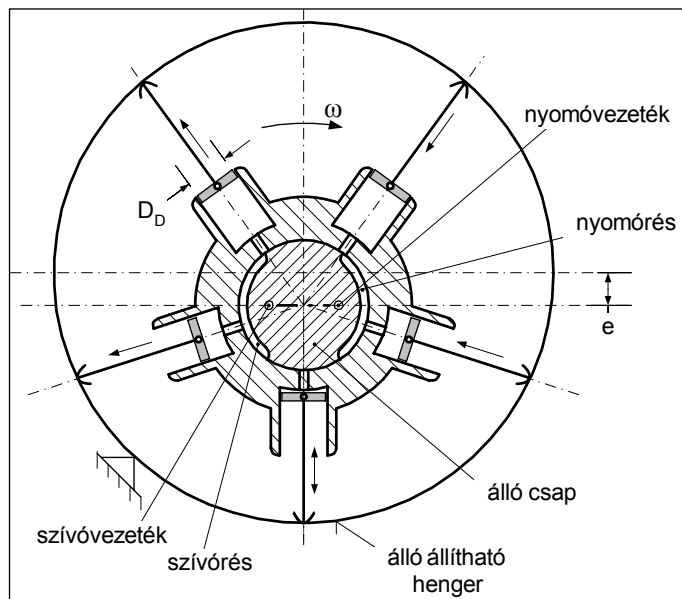
$$D_D' = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{x_\ell \cdot n \cdot z \cdot \eta_v \cdot \left[ 2 - \left( \frac{d_1}{D_D'} \right)^2 - \left( \frac{d_2}{D_D'} \right)^2 \right]}} \quad (3.63)$$

### 3.5. Radiál- és axiáldugattyús szivattyúk és motorok

Általában hidraulikus rendszerekben használják, nem folyadék szállításra, hanem hidrosztatikus erőátvitelre.

#### 3.5.1. Radiáldugattyús gép

A radiáldugattyús gépet a 3.26. ábra mutatja.



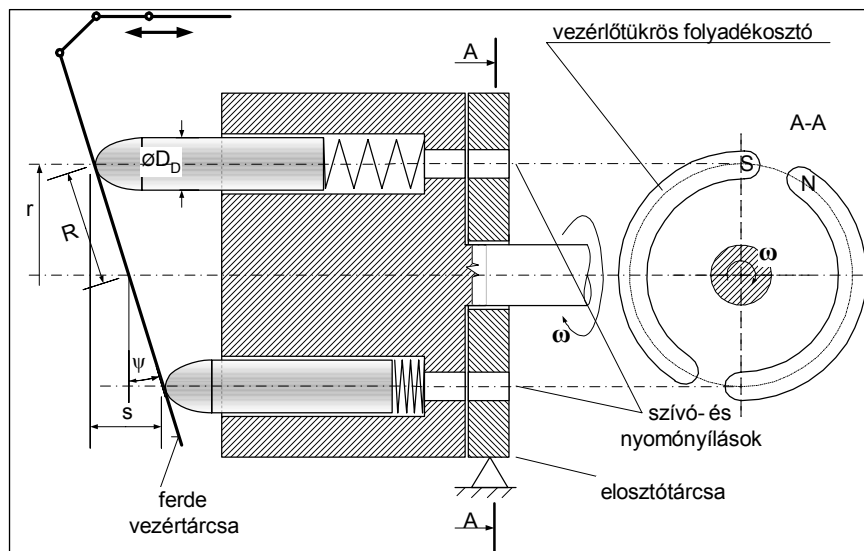
- ▶ részvezérlés
- ▶ lökethossz:  $s = 2 \cdot e$  (3.64)
- ▶ kettős működés:
  - motor ↔ szivattyú
- ▶ szabályozható az  $e$  excentricitás állításával
- ▶  $z$  – páratlan (itt  $z = 5$ ), hogy a folyadék szállítás egyenletesebb legyen.

$$Q_{ek} = V \cdot n \cdot z = 2 \cdot e \cdot A_D \cdot n \cdot z \quad (3.65)$$

3.26. ábra

#### 3.5.2. Axiáldugattyús gép

Az axiáldugattyús gépet a 3.27. ábra mutatja.



- ▶ a vezértárcsa állításával ( $\psi$ ) szabályozható
- ▶ variációk:
  - álló vezértárcsa, forgó hengertömb
  - forgó vezértárcsa, álló hengertömb
  - forgó vezértárcsa, forgó hengertömb

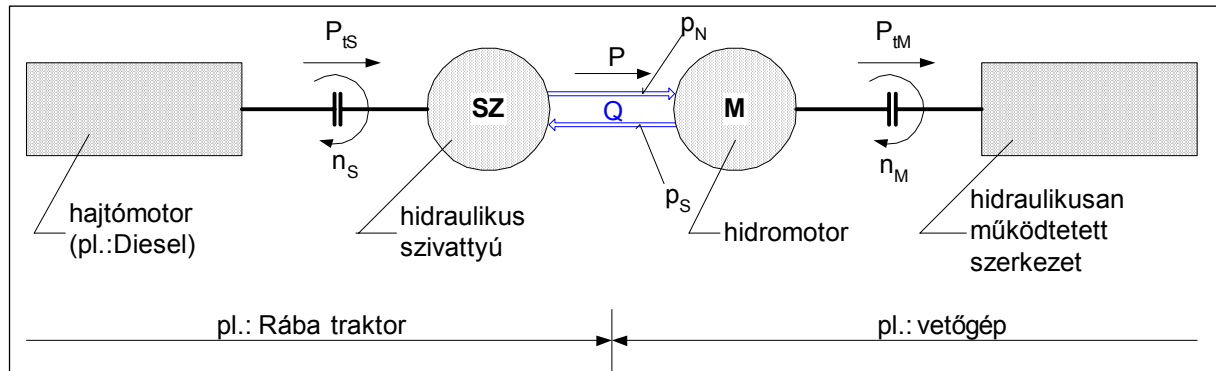
3.27. ábra

$$s = 2 \cdot r \cdot \text{tg} \psi = 2 \cdot R \cdot \sin \psi \quad (3.66)$$

$$Q_{ek} = V \cdot n \cdot z = A_D \cdot 2 \cdot r \cdot n \cdot z \cdot \text{tg} \psi \quad (3.67)$$

### 3.5.3. hidrosztatikus hajtómű

hidrosztatikus hajtómű felépítése (3.28. ábra):



3.28. ábra

	szivattyú	motor	
▶ valóságos folyadékszállítás	$Q = Q_{ekS} - Q_{rS}$	$Q = Q_{ekM} + Q_{rM}$	(3.68)
▶ volumetrikus hatások	$\eta_{vs} = \frac{Q}{Q_{ekS}} = 1 - \frac{Q_{rS}}{Q_{ekS}}$	$\eta_{vM} = \frac{Q_{ekM}}{Q} = \frac{Q_{ekM}}{Q_{ekM} + Q_{rM}}$	(3.69)
▶ hasznos (hidraulikai) teljesítmény	$P = (p_N - p_S) \cdot Q = \Delta p \cdot Q$		(3.70)
▶ összhatásfok	$\eta_s = \frac{P}{P_{tS}}$	$\eta_M = \frac{P_{tM}}{P}$	(3.71)
▶ A tengelyen átvitt nyomaték	$M_S = \frac{P_{tS}}{2 \cdot \pi \cdot n_S} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n_S \cdot \eta_s}$	$M_M = \frac{P_{tM}}{2 \cdot \pi \cdot n_M} = \frac{P \cdot \eta_M}{2 \cdot \pi \cdot n_M}$	(3.72)

$Q$  és  $P$  akkor azonos a hajtómű szivattyújában és motorjában, ha az összekötő csővezeték nem deformálható. Ezt az esetet vizsgáljuk, azaz  $Q = Q_S = Q_M$ ,  $P = P_S = P_M$ .

- A hajtómű hatásfoka:

$$\boxed{\eta = \frac{P_{tM}}{P_{tS}} = \frac{P}{P_{tS}} \cdot \frac{P_{tM}}{P} = \eta_s \eta_M} \quad (3.73)$$

- A fordulatszám módosítás: ( $Q = Q_S = Q_M$ )

$$Q = Q_{ekS} \cdot \eta_{vS} = \frac{Q_{ekM}}{\eta_{vM}}$$

$$A_{DS} \cdot s_S \cdot n_S \cdot z_S \cdot \eta_{vS} = A_{DM} \cdot s_M \cdot n_M \cdot z_M \cdot \frac{1}{\eta_{vM}}$$

$$\frac{n_M}{n_S} = \frac{A_{DS}}{A_{DM}} \cdot \frac{z_S}{z_M} \cdot \frac{e_S}{e_M} \cdot \eta_{vS} \cdot \eta_{vM}$$

Amennyiben még  $A_{DS} = A_{DM}$ ,  $z_S = z_M$  és  $r_S = r_M$  is fennáll:

$$\frac{n_M}{n_S} = \frac{s_S}{s_M} \cdot \eta_{vS} \cdot \eta_{vM} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (3.64) \Rightarrow \overbrace{\frac{n_M}{n_S} = \frac{e_S}{e_M} \cdot \eta_{vS} \cdot \eta_{vM}}^{\text{radiálduga tyús}} \quad (3.74) \\ (3.66) \Rightarrow \overbrace{\frac{n_M}{n_S} = \frac{tg\psi_S}{tg\psi_M} \cdot \eta_{vS} \cdot \eta_{vM}}^{\text{axiáldugat tyús}} \quad (3.75) \end{array} \right.$$

Tehát az excentricitás ill. a tárcsa dőlésszögének változtatásaival a hajtómű fordulatszám-módosítása változtatható. A szivattyú és a motor közül elég az egyiket szabályozni (lehet mindkettőt, ekkor a szabályozási tartomány szélesebb lesz).

- Nyomatékmódosítás: ( $P = P_S = P_M$ )

$$P = P_S \cdot \eta_S = \frac{P_M}{\eta_M}$$

$$M_S \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_S \cdot \eta_S = \frac{M_M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_M}{\eta_M}$$

$$\frac{M_M}{M_S} = \frac{n_S}{n_M} \cdot \eta_S \cdot \eta_M = \frac{s_S}{s_M} \cdot \frac{\eta_S}{\eta_{vS}} \cdot \frac{\eta_M}{\eta_{vM}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (3.74) \Rightarrow \overbrace{\frac{M_M}{M_S} = \frac{e_M}{e_S} \cdot \frac{\eta_S}{\eta_{vS}} \cdot \frac{\eta_M}{\eta_{vM}}}^{\text{radiáldugatyús}} \quad (3.76) \\ (3.75) \Rightarrow \overbrace{\frac{M_M}{M_S} = \frac{tg\psi_M}{tg\psi_S} \cdot \frac{\eta_S}{\eta_{vS}} \cdot \frac{\eta_M}{\eta_{vM}}}^{\text{axiáldugatyús}} \quad (3.77) \end{array} \right.$$

Szabályozás széles tartományban lehetséges, mert  $e_S, e_M, n_S, n_M$  különböző kombinációban változtatható, s így  $n_M/n_S$  és  $M_M/M_S$  is változik.

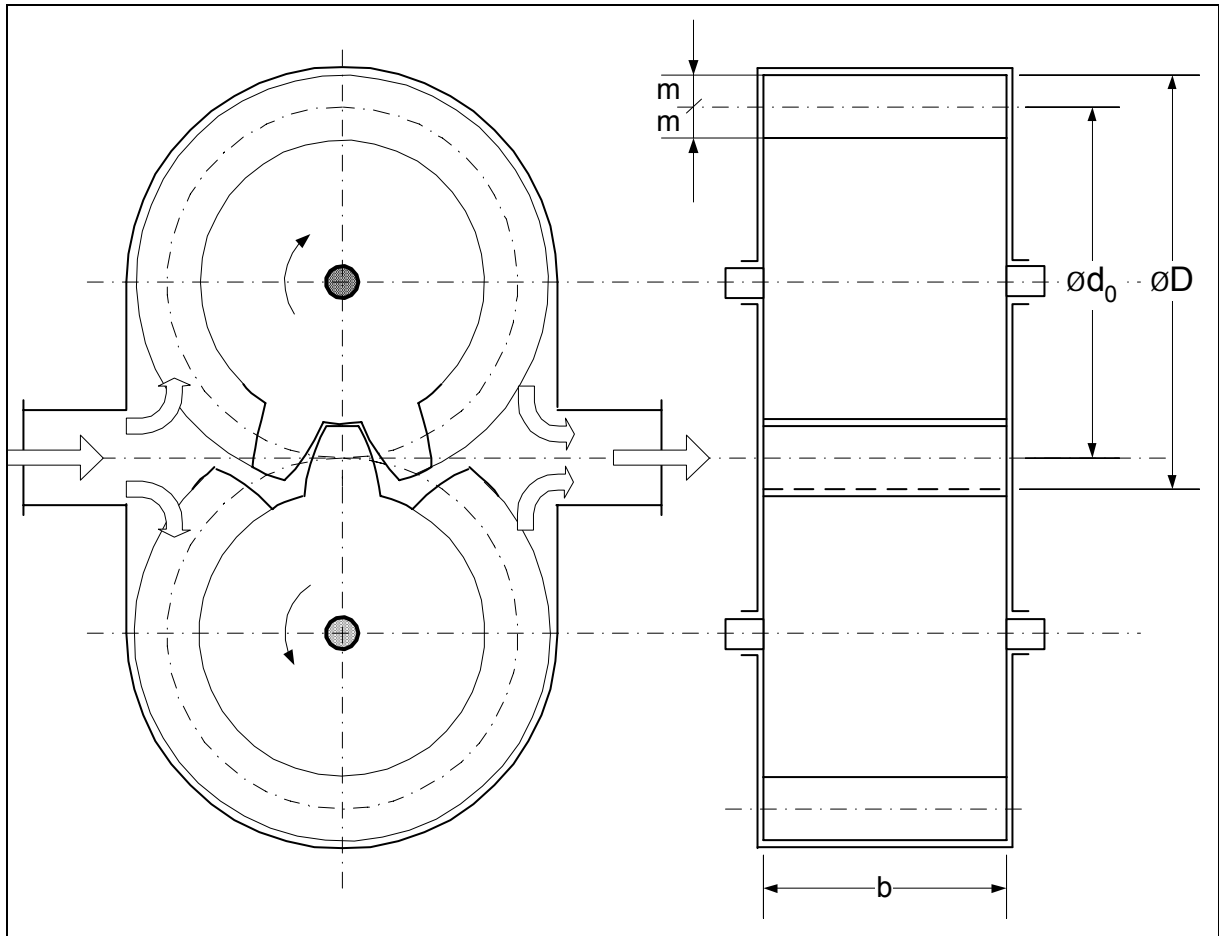
### 3.6. *Forgódugattyús szivattyúk*

- A forgódugattyús szivattyúk előnyei:
  - egyenletes folyadékszállítás,
  - egyenletes nyomaték- és teljesítmény igény,
  - viszonylag nagy fordulattal járatható,
  - méretei lényegesen kisebbek az azonos térfogatáramot szállító lengődugattyús gépekétől (a nagyobb lehetséges fordulatszám miatt),
  - nincs szükség légüstre és lendítőkerékre,
  - önfelszívó.
- A forgódugattyús szivattyúk hátrányai a lengődugattyúsokhoz képest:
  - a ház és a forgórész közti nagy felületek mentén a rések nagyobbak ⇨  
⇨ a volumetrikus veszteség nagyobb ⇨ a forgódugattyús szivattyúk folyadék-  
szállítása az ellennyomás függvénye:  $\Delta p \uparrow \Leftrightarrow Q \downarrow$ ,
  - csak kisebb nyomáskülönbségre alkalmazható,
  - többnyire csak kenőképes folyadék szállítására alkalmas,
  - a szállított folyadék szennyeződést nem tartalmazhat.

Tekintsünk néhány jellegzetes forgódugattyús gépet.

### 3.6.1. Fogaskerék szivattyú

A fogaskerék szivattyú vázlatát a 3.29. ábra mutatja.



3.29. ábra

Előállítható maximális nyomáskülönbség:  $\Delta p_{max} \approx 250bar$  !

Egy körülforduláskor elvitt folyadéktérfogat:

$$V = \underbrace{2}_{2db \text{ kerék}} \cdot \left[ D^2 - \underbrace{(D - 4 \cdot m)^2}_{D_i \text{ lábkör}} \right] \cdot \frac{\pi}{4} \cdot b \cdot \underbrace{\frac{1}{2}}_{\substack{\text{fele hézag,} \\ \text{fele fog}}} \quad (3.78)$$

$$a_0 = z \cdot m, \quad D = z \cdot m + 2 \cdot m,$$

és így

$$V = 2 \cdot \pi \cdot m^2 \cdot z \cdot b \quad (3.79)$$

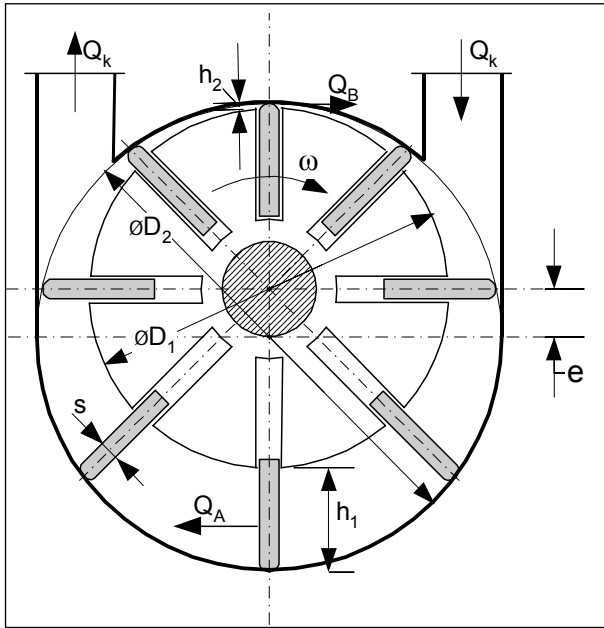
$$\boxed{Q_{ek} = V \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot m^2 \cdot z \cdot b \cdot n} \quad (3.80)$$

$$Q_k = \eta_v \cdot Q_{ek}$$

A térfogatáram pontosabb számítása a fogaskerékelméletből lehetséges.

### 3.6.2. Lamellás gép

A lamellás gépet a 3.30. ábra mutatja.



$$Q_{ek} = Q_A - Q_B, \quad (3.81)$$

$$Q_A = \int_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_1+h_1}{2}} u \cdot dA - h_1 \cdot s \cdot b \cdot z \cdot n, \quad (3.82)$$

$$Q_B = \int_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_1+h_2}{2}} u \cdot dA - h_2 \cdot s \cdot b \cdot z \cdot n, \quad (3.83)$$

$$u = r \cdot \omega; \quad dA = b \cdot dr; \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot n.$$

3.30. ábra

$$Q_A = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot b \cdot \left[ \frac{r^2}{2} \right]_{D_1/2}^{D_1/2+h_1} - h_1 \cdot s \cdot b \cdot z \cdot n = \pi \cdot n \cdot b \cdot h_1 \cdot (D_1 + h_1) - h_1 \cdot s \cdot b \cdot z \cdot n,$$

mert:

$$\left[ r^2 \right]_{r_a}^{r_b} = (r_b - r_a) \cdot (r_b + r_a);$$

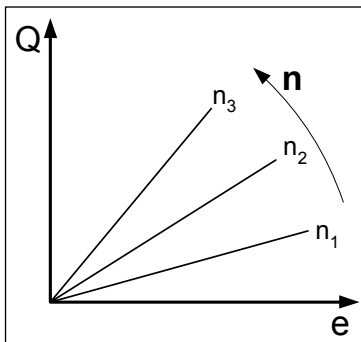
$$Q_B = \pi \cdot n \cdot b \cdot h_2 \cdot (D_1 + h_2) - h_2 \cdot s \cdot b \cdot z \cdot n.$$

$$Q_{ek} = Q_A - Q_B = n \cdot b \cdot \left[ \pi \cdot h_1 \cdot (D_1 + h_1) - \pi \cdot h_2 \cdot (D_1 + h_2) - z \cdot s \cdot (h_1 - h_2) \right] =$$

$$= n \cdot b \cdot \left[ \pi \cdot D_1 \cdot \underbrace{(h_1 - h_2)}_{2 \cdot e} + \underbrace{(h_1 - h_2)}_{2 \cdot e} \cdot (h_1 + h_2) - z \cdot s \cdot \underbrace{(h_1 - h_2)}_{2 \cdot e} \right] =$$

$$= 2 \cdot e \cdot n \cdot b \cdot \left[ \pi \cdot \underbrace{(D_1 + h_1 + h_2)}_{D_2} - z \cdot s \right]$$

$$\boxed{Q_{ek} = 2 \cdot e \cdot b \cdot (\pi \cdot D_2 - z \cdot s) \cdot n}, \quad (3.84)$$



3.31. ábra

$$Q_k = \eta_v \cdot Q_{ek}.$$

$n = const.$  esetén, ha  $\eta_v$  változásától eltekintünk

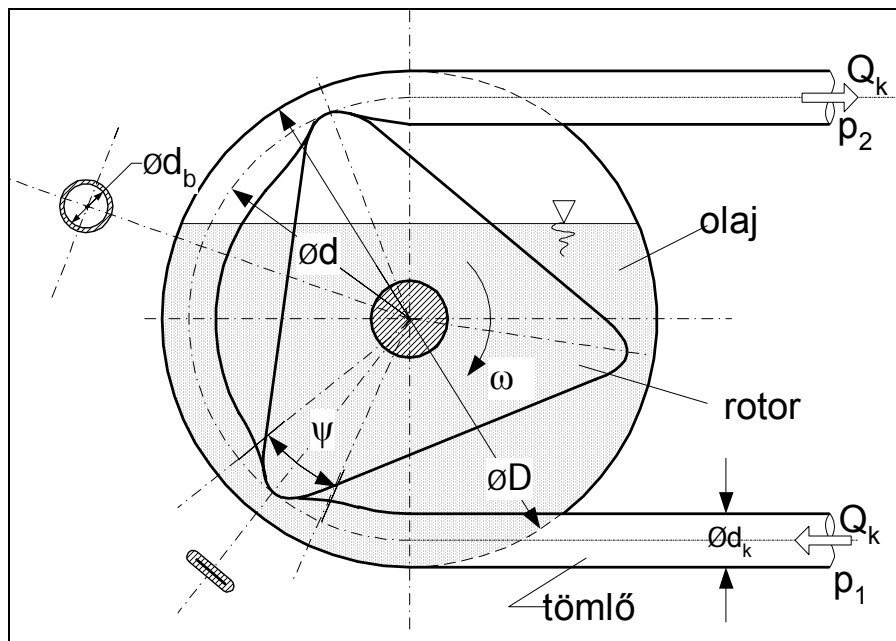
$$Q = C_n \cdot e, \quad (3.85)$$

azaz a folyadékszállítás az excentricitással egyenesen arányos

(3.31. ábra).

### 3.6.3. Tömlőszivattyú

A tömlőszivattyút a 3.32. ábra mutatja.



3.32. ábra

N: a rotor bütykeinek száma

$$d = D - d_k$$

$$Q_{ek} = V \cdot n$$

Az egy fordulatra eső szállított térfogat:

$$V = d \cdot \pi \cdot \frac{d_b^2 \cdot \pi}{4} = (D - d_k) \cdot d_b^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \quad (3.86)$$

$$n = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$Q_{ek} = V \cdot \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = (D - d_k) \cdot d_b^2 \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \omega \quad (3.87)$$

$$Q_k = \eta_v \cdot Q_{ek} \quad (3.88)$$

Az  $\eta_v$  volumetrikus hatásfok a rotor kialakításától függ, azaz mekkora  $\psi$  szöget "zár" le a rotor:

$$\eta_v \cong \frac{360 - N \cdot \Psi [^\circ]}{360} \quad (3.89)$$

Üzemi adatok:

$$u_{max} \cong 200 \frac{f}{min} ,$$

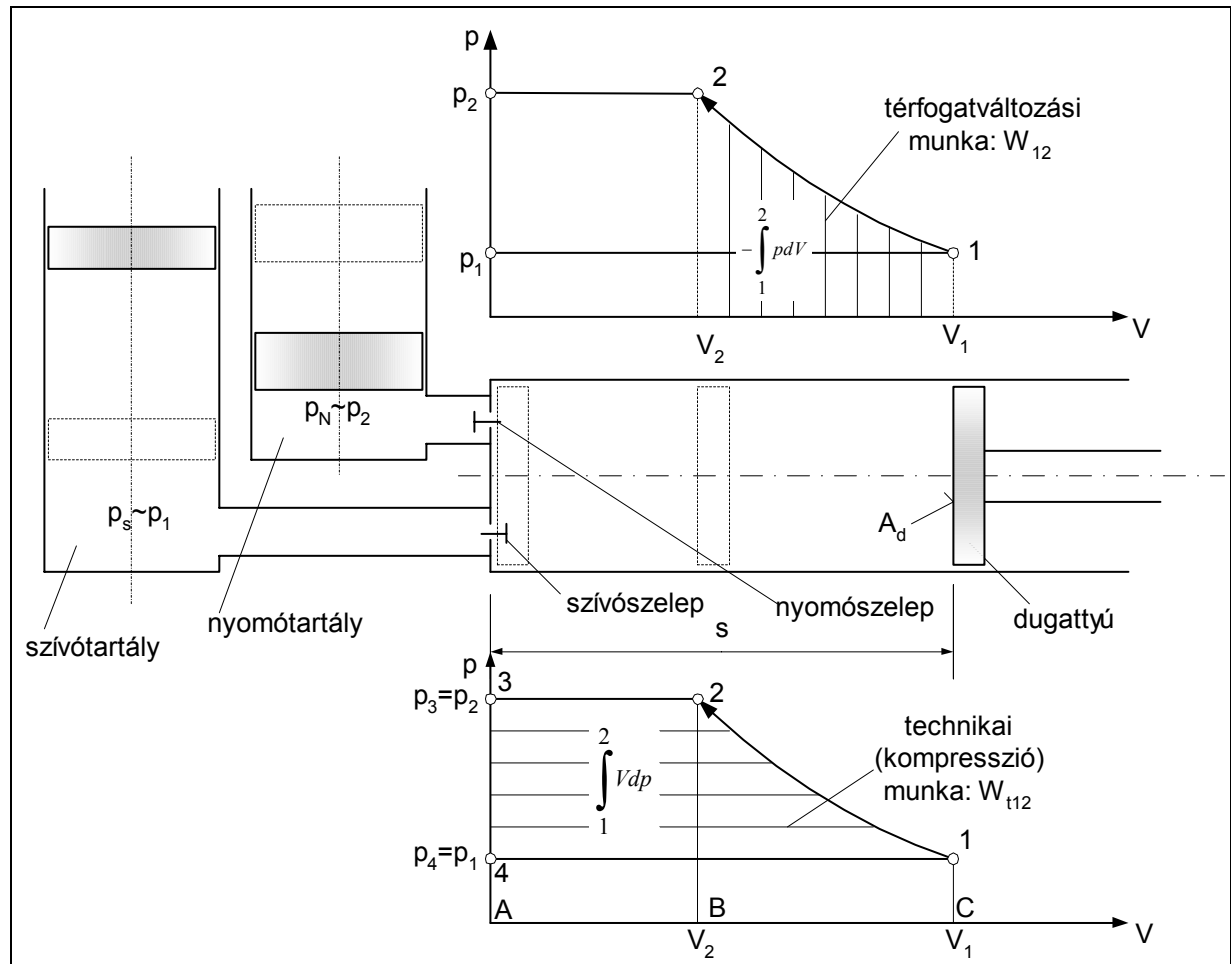
$$p_{2max} \cong 15bar .$$



### 3.7. Dugattyús kompresszorok

#### 3.7.1. A működés elvi alapjai

A működés elvi alapjainak tisztázásához tekintsünk egy olyan dugattyús munkagépet (dugattyús kompresszort) amely veszteségmentesen működik olyan értelemben, hogy a hengerhez csatlakozó tartályokban a nyomás azonos a hengertérben lévővel a szelepek nyitott állapota esetén ( $p_S = p_1$ ,  $p_N = p_2$ , holott valójában  $p_S > p_1$ ,  $p_N < p_2$ ). Ne legyen továbbá káros tér (3.33. ábra).



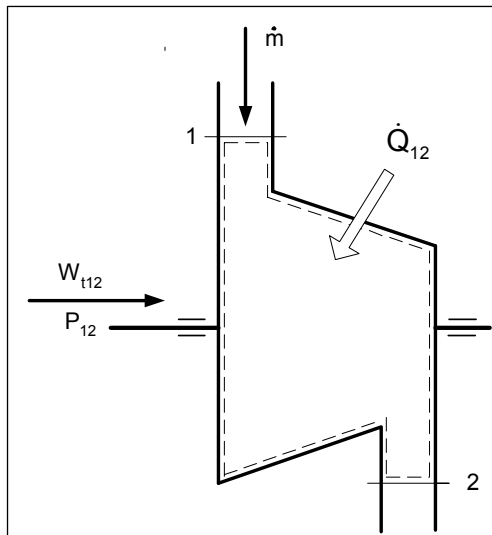
3.33. ábra

A munkagépre írjuk fel a termodinamika I. főtételének nyitott rendszerre érvényes alakját a 3.34. ábra jelöléseivel:

$$\dot{Q}_{12} + P_{12} = \dot{m} \cdot [h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)] , \quad (3.90)$$

s egységnyi tömegre vonatkoztatva ( $/\dot{m}$ ):

$$q_{12} + w_{t12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) . \quad (3.91)$$



3.34. ábra

Mivel a kapcsolat a fajlagos entalpia ( $h$ ) és a fajlagos belső energia ( $u$ ) között ( $v$  a fajtérfogat)

$$h = u + \frac{p}{\rho} = u + p \cdot v \quad (3.92)$$

$$\frac{1}{\rho} = v$$

ezért a szintén érvényes (az állapotváltozást kvázistatikusnak feltételezve) zárt rendszerre vonatkozó termodinamika I. főtétele:

$$q_{12} + w_{sur112} = h_2 - h_1 - \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = u_2 - u_1 + \int_1^2 p \cdot d\left(\frac{1}{\rho}\right). \quad (3.93)$$

(3.91) és (3.93) különbségéből:

$$w_{t12} = w_{sur112} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1). \quad (3.94)$$

Amennyiben a sűrűdési munka, valamint a kinetikus és potenciális energia változása elhanyagolható az  $\int_1^2 \frac{dp}{\rho}$  és az  $\int_1^2 p dv$  mellett, vagyis

$$w_{sur112} + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \ll \int_1^2 \frac{dp}{\rho}, \quad (3.95)$$

akkor a fajlagos technikai munka:

$$w_{t12} \cong \int_1^2 \frac{dp}{\rho} \stackrel{\uparrow}{=} (h_2 - h_1) - (u_2 - u_1) - \int_1^2 p \cdot d\left(\frac{1}{\rho}\right) \stackrel{\uparrow}{=} \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} - \int_1^2 p \cdot d\left(\frac{1}{\rho}\right), \quad (3.96)$$

A technikai (kompresszió) munka így:

$$\underbrace{W_{t12}}_{\text{technikai munka}} = m \cdot w_{t12} = \int_1^2 V \cdot dp = \underbrace{-\int_1^2 p \cdot dV}_1 + \underbrace{p_2 \cdot V_2}_{\text{kitolási munka } (W_2)} - \underbrace{p_1 \cdot V_1}_{\text{beszívási munka } (W_1)} \quad (3.97)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{térfogatváltozási munka } (W_{12})}$

ahol  $m$  a hengerbe zárt közeg tömege:

$$m = \rho_1 \cdot V_1 = \rho_1 \cdot \underbrace{s \cdot A_d}_{V_1} = \rho_2 \cdot V_2. \quad (3.98)$$

A technikai (kompresszió) munka tehát:

$$W_{t12} = W_{12} + W_2 - W_1, \quad (3.99)$$

ahol a 3.33. ábra jelöléseivel:

○ a technikai (kompresszió) munka:

$$W_{t12} = \int_1^2 V \cdot dp = m \cdot \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 12341, \quad (3.100)$$

○ a térfogatváltozási munka:

$$W_{12} = -\int_1^2 p \cdot dV = -m \cdot \int_1^2 p \cdot d\left(\frac{1}{\rho}\right) = 12BC1, \quad (3.101)$$

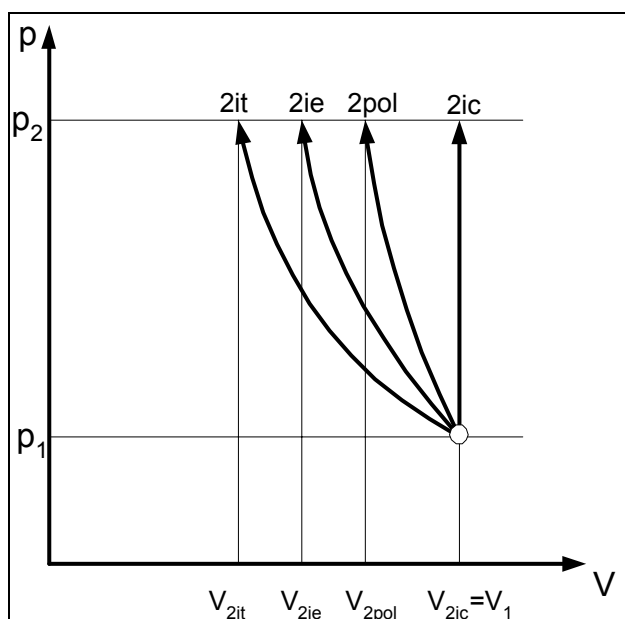
○ a kiszorítási munka:

$$W_2 = p_2 \cdot V_2 = m \cdot \frac{p_2}{\rho_2} = 23AB2, \quad (3.102)$$

○ a beszívási munka:

$$W_1 = p_1 \cdot V_1 = m \cdot \frac{p_1}{\rho_1} = 14AC1. \quad (3.103)$$

Vizsgáljuk meg a különböző sűrítési lehetőségeket (izoterm, izentróp, politróp, izochor). Ekkor a 3.35. ábra szerint a sűrítés módjától függően  $V_2$ ,  $W_{t12}$  más és más. A 3.2. táblázatban a  $W_{t12}$ ,  $W_{12}$ ,  $V_2$ ,  $T_2$  értékeit tüntettük fel a négy különböző állapotváltozás esetén.



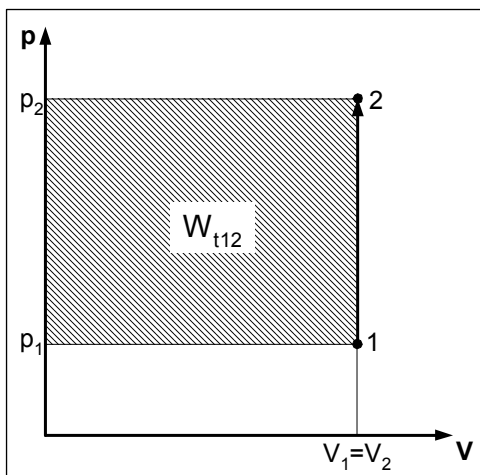
3.35. ábra

3.2. táblázat

izoterm	$p \cdot V = p_1 \cdot V_1$	$W_{t12it} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$ $W_{12it} = W_{t12it}$	$V_{2it} = \frac{p_1}{p_2} \cdot V_1$ $T_{2it} = T_1$
izentróp	$p \cdot V^\kappa = p_1 \cdot V_1^\kappa$	$W_{t12ie} = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$ $W_{12ie} = \frac{1}{\kappa} \cdot W_{t12ie}$	$V_{2ie} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot V_1$ $T_{2ie} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \cdot T_1$
politróp	$p \cdot V^n = p_1 \cdot V_1^n$	$W_{t12pol} = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$ $W_{12pol} = \frac{1}{n} \cdot W_{t12pol}$	$V_{2pol} = \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot V_1$ $T_{2pol} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \cdot T_1$
izochor	$V = V_1$	$W_{t12ic} = (p_2 - p_1) \cdot V_1$ $W_{12ic} = 0$	$V_{2ic} = V_1$

**Megjegyzések:**

$\rho = const.$  (izochor) (összenyomhatatlan közeg) (3.36. ábra)



$$m = \rho \cdot V_1 = \rho \cdot s \cdot A_d = \rho \cdot V_2, \quad (3.104)$$

$$W_{t12} = V_1 \cdot (p_2 - p_1) \cdot \quad (3.105)$$

3.36. ábra

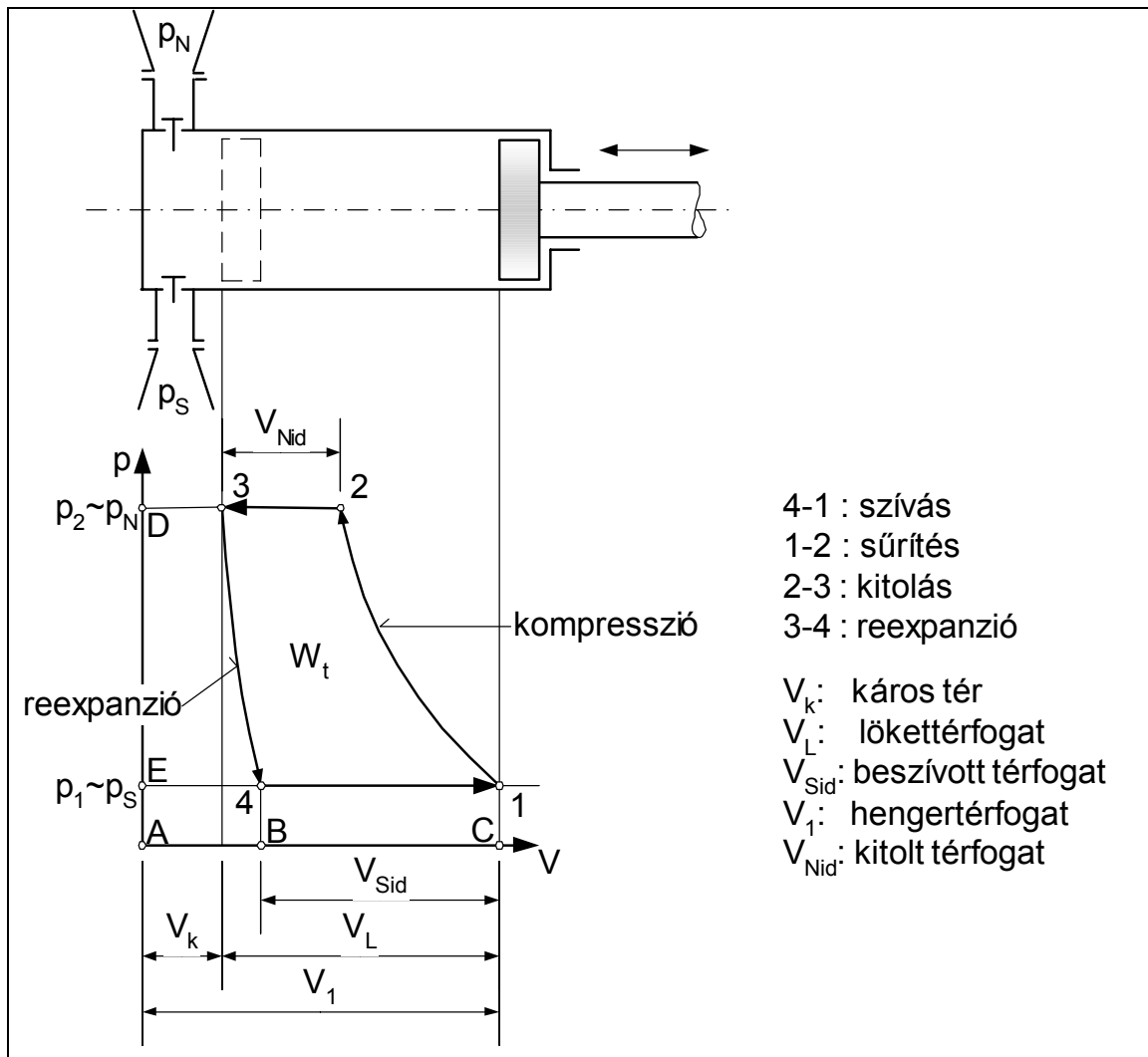
- $p_1 > p_2$  esetén fordított folyamat is lejátszódhat, ez az erőgép: Ilyenkor

$$W_{t12} = \int_1^2 V \cdot dp < 0 \quad (3.106)$$

technikai munkát nyerünk. (Megállapodás szerint a rendszerbe bevezetett munkát tekintjük pozitívnak!)

$\rho = const.$  esetén is lehet erőgép!

A szelepes dugattyús gépek a szelepek miatt mindig káros térrel üzemelnek. A veszteségeket elhanyagolva ( $p_1 \cong p_S$ ;  $p_2 \cong p_N$ ), de a káros teret figyelembe véve a 3.37. ábra mutatja az állapotváltozást.



3.37. ábra

Definíciók:

□ Károstérvizony:  $\epsilon_0 = \frac{V_k}{V_L} < 1$ , (3.107)

□ Kompresszióviszony:  $\epsilon = \frac{V_k + V_L}{V_k} = 1 + \frac{1}{\epsilon_0} > 1$ , (3.108)

□ Nyomásviszony:  $\pi = \frac{p_N}{p_S} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ideális} \\ \text{esetben}}}{=} \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} > 1$  (3.109)

□ Töltési fok:  $\lambda_v = \frac{V_S}{V_L} < 1$  (3.110)

A technikai munka egy ütemre:

$$W_t = W_{t12} + W_{t34} = W_{t\text{kompr}} + W_{t\text{exp}} \quad (3.111)$$

$\int_1^2 V \cdot dp = 12DE1 > 0$   
 $\int_3^4 V \cdot dp = 34ED3 < 0$   
 $\oint V \cdot dp = 12341 > 0$

Példaként tekintsük a politrópikus állapotváltozást:

o A kompresszióra:

$$\begin{aligned}
 W_t &= p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_k - 1}{n_k}} - 1 \right] = \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ p_1 \cdot V_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_k - 1}{n_k}} - p_1 \cdot V_1 \right] = \\
 &= \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ p_2 \cdot V_2 \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_k - 1}{n_k}} - p_1 \cdot V_1 \right] = \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ p_2 \cdot V_2 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_k - 1}{n_k} + \frac{1}{n_k} - 1} - p_1 \cdot V_1 \right] = \\
 &= \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 \right]
 \end{aligned}$$

o A teljes körfolyamatra (kompresszió+expánzió)

$$\begin{aligned}
 W_t &= p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_k - 1}{n_k}} - 1 \right] - p_4 \cdot V_4 \cdot \frac{n_e}{n_e - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right] = \\
 &= p_1 V_{Sid} \cdot \frac{n}{n - 1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] = p_1 \cdot V_{Sid} \cdot \frac{n}{n - 1} \cdot \left[ \pi^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right]
 \end{aligned} \quad (3.112)$$

$p_3 = p_2; \quad p_4 = p_1$ $V_3 = V_k; \quad V_1 - V_k = V_{Sid}$ $n = n_k = n_e \text{ esetén!!}$
--

Ugyanez másképpen:

$$W_t = \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot [p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1] + \frac{n_e}{n_e - 1} \cdot [p_1 \cdot V_4 - p_2 \cdot V_k] \stackrel{n_k = n_e}{=} \frac{n}{n - 1} \cdot [p_2 \cdot V_N - p_1 \cdot V_S]$$

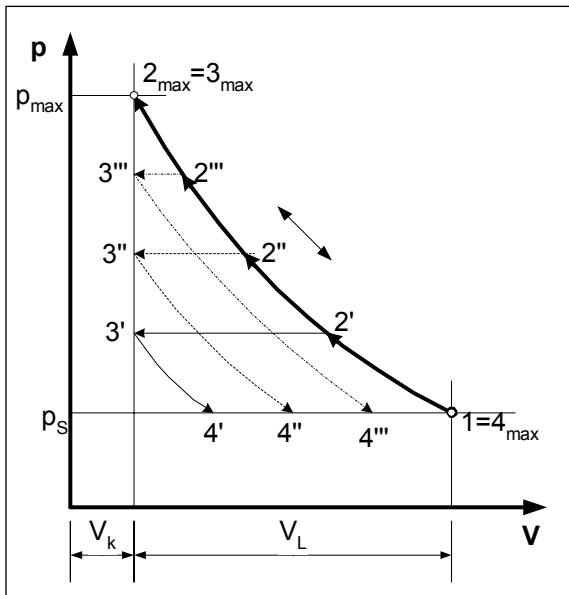
**A töltési fok:**

$$\lambda_{vid} = \frac{V_{Sid}}{V_L} = \frac{V_k + V_L - V_4}{V_L} = 1 - \frac{V_4 - V_k}{V_L} = 1 - \frac{V_k}{V_L} \cdot \frac{V_4 - V_k}{V_k} =$$

$$= 1 - \varepsilon_0 \cdot \left( \frac{V_4}{V_k} - 1 \right) = 1 - \varepsilon_0 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] = 1 - \varepsilon_0 \cdot \left( \pi^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \quad (3.113)$$

A (3.113) kifejezést vedd össze később (3.140)-el.

A többi állapotváltozásra is, a viszonyokat a 3.3. táblázat mutatja. Az  $\alpha$  kitevő a



$$pV^\alpha = p_1V_1^\alpha \quad (3.114)$$

összefüggés szerint az állapotváltozás típusától függően más és más. A táblázat utolsó oszlopában az elérhető maximális nyomásviszonyt (ekkor a szállítás megszűnik, azaz  $V_S = 0$ ) tüntettük fel. Ennek értelmezését a 3.38. ábra adja meg. A nyomásviszonynak a  $V_k$  káros tér szab határt.

3.38. ábra

Fontos következmény:

$$\begin{cases} p_2 \uparrow \Rightarrow V_S \downarrow \\ p_{2max} : V_S \equiv 0 \end{cases}$$

azaz az elérhető maximális nyomásviszony:

$$\pi_{max} = \frac{P_{max}}{P_s} = \frac{(V_k + V_L)^\alpha}{V_k^\alpha} = \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \right)^\alpha = \varepsilon^\alpha. \quad (3.115)$$

3.3. táblázat

állapot változás	$\alpha$	$\frac{W_t}{P_S \cdot V_{Sid}}$	$\frac{V_{Sid}}{V_L}$	$\frac{V_{Nid}}{V_L}$	$\pi_{max}$
it	1	$\ln \pi$	$1 - \varepsilon \cdot \left( \pi^{\frac{1}{\alpha}} - 1 \right)$	$\frac{1}{\pi^{\frac{1}{\alpha}}} - \varepsilon_0 \cdot \frac{\pi^{\frac{1}{\alpha}} - 1}{\pi^{\frac{1}{\alpha}}}$	$\left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \right)^\kappa$ $\approx 50$
ie	$\kappa$	$\frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot \left( \pi^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right)$			
pol	$n$				
ic	$\infty$				

Érdemes kiemelni a 3.3. táblázat utolsó sorában lévő esetet, a  $\rho = const.$ , azaz az összenyomhatatlan közeg állapotváltozását:

$$V_{Sid} = V_{Nid} = V_\ell ; \quad (3.116)$$

$$W_t = p_S \cdot V_L \cdot (\pi - 1) = V_L \cdot (p_N - p_S) ; \quad (3.117)$$

$$\pi_{max} = \infty . \quad (3.118)$$

A kompresszorban lejátszódó kompresszió és expanzió különféle állapotváltozás során jöhet létre. Tekintsük át a jellegzetes állapotváltozásokhoz tartozó körfolyamatokat.

○ **Izotermikus kompresszió és expanzió** ( $p \cdot V = \text{áll.}$ )

$$W_t = W_{112} + W_{134} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} - p_1 \cdot V_4 \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = p_1 \cdot V_S \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = p_2 \cdot V_N \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (3.119)$$

$$\boxed{\frac{V_S}{V_N} = \frac{p_2}{p_1}} \quad (3.120)$$

$$W_t = W + W_2 - W_1$$

$$W = W_t; \quad W_2 = p_2 \cdot V_N; \quad W_1 = p_1 \cdot V_S . \quad (3.121)$$

$$\frac{\text{kitolási munka}}{\text{beszívási munka}} : \frac{W_2}{W_1} = 1 \quad (3.122)$$

○ **Izentrópus kompresszió és expanzió** ( $p \cdot V^\kappa = \text{áll.}$ )

Vegyük figyelembe, hogy ekkor

$$W_{112} = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} [p_2 V_2 - p_1 V_1] \quad (3.123)$$

Így:

$$\begin{aligned} & \underbrace{p_4 = p_1; p_3 = p_2}_{\downarrow} \\ & \downarrow \\ W_t = W_{112} + W_{134} &= \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot [p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1] + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot [p_1 \cdot V_4 - p_2 \cdot V_3] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot [p_2 \cdot V_N - p_1 \cdot V_S] \end{aligned} \quad (3.124)$$



$$\frac{V_S}{V_N} = \frac{m}{\rho_S} \cdot \frac{\rho_N}{m} = \frac{\rho_N}{\rho_S} = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_k} \quad (3.125)$$

$$W = \frac{W_t}{\kappa}; \quad W_2 = p_2 \cdot V_N; \quad W_1 = p_1 \cdot V_S \quad (3.126)$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{p_2 \cdot V_N}{p_1 \cdot V_S} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} > 1 \quad (3.127)$$

o **Politrópikus kompresszió és expanzió** ( $p \cdot V^n = \text{áll.}$ )

$$p_4 = p_1; p_3 = p_2$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{p_4 = p_1; p_3 = p_2}_{\Downarrow} & \underbrace{n = n_k \cong n_e}_{\Downarrow} \\ W_t = W_{t12} + W_{t34} &= \frac{n_k}{n_k - 1} \cdot [p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1] + \frac{n_e}{n_e - 1} \cdot [p_1 \cdot V_4 - p_2 \cdot V_3] = \frac{n}{n - 1} \cdot [p_2 \cdot V_N - p_1 \cdot V_S] \end{aligned} \quad (3.128)$$

$$\frac{V_S}{V_N} = \frac{m}{\rho_S} \cdot \frac{\rho_N}{m} = \frac{\rho_N}{\rho_S} = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (3.129)$$

$$W = \frac{W_t}{n}; \quad W_2 = p_2 \cdot V_N; \quad W_1 = p_1 \cdot V_S \quad (3.130)$$

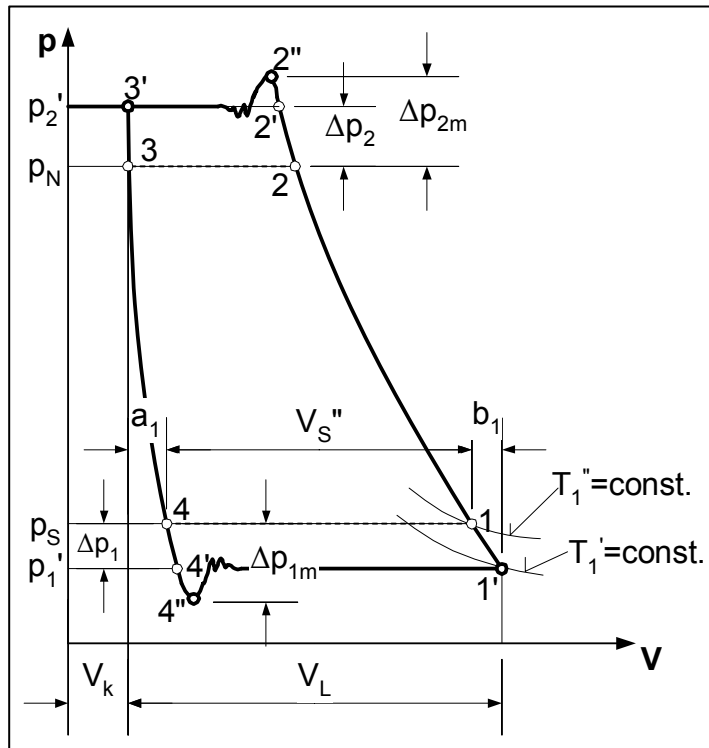
$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} > 1 \quad (3.131)$$

**Megjegyzések:**

- $n_e \approx n_k$  erős közelítés, mivel a valóságban:  $1 < n_e < \kappa < n_k$
- $V_S$  és  $V_N$  a hengerben  $p_1$  és  $p_2$  nyomáson értendők (és nem a szívó- és nyomó csonkon érvényes  $p_S$  és  $p_N$  nyomáson)

### 3.7.2. Valóságos kompresszorban lejátszódó folyamat

A valós folyamatot mutatja a 3.39. ábra.



3.39. ábra

1,2,3,4,1: ideális indikátordiagram

4'': szívószelep nyit

1': dugattyú holtpont, szívószelep zár

2'': nyomószelep nyit

3': másik holtpont, nyomószelep zár

$\Delta p_1$ : a szívótér és szívószelep vesztesége miatt

$\Delta p_2$ : a nyomótér és nyomószelep vesztesége miatt

4'  $\leftrightarrow$  4'' és 2'  $\leftrightarrow$  2'' a szelepek lengése miatt (a szállított gáz rugalmassága okozza)

$$\frac{\Delta p_1}{p_s} \cong \frac{\Delta p_2}{p_N} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow 0,02 \div 0,03 \text{ lassújárású} \\ \Rightarrow \sim 0,05 \text{ gyorsjárású} \end{array} \right\} \text{gépeknél}$$

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_{1m}} \cong 0,1 \div 0,4$$

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta p_{2m}} \cong 0,3 \div 0,7$$

- Szívócsonkon:  $p_s; T_s$

- A hengerben:  $1'$ -ben:  $p_1'; T_1' \begin{cases} p_1' < p_s \Leftrightarrow a \text{ szeleppellenállás miatt} \\ T_1' > T_s \Leftrightarrow mert \text{ a gáz a faltól hőt vesz fel +} \\ \quad \quad \quad + a \text{ káros térben expandált gáz is melegebb} \end{cases}$

$$1'' \equiv 1\text{-ben: } p_1; T_1'' \begin{cases} p_1 = p_s > p_1' \\ T_1'' > T_1' \Leftrightarrow a \text{ kezdődő kompresszió miatt} \end{cases}$$

$$(T_1'' > T_1' > T_s \Leftrightarrow T_1'' > T_s)$$

A kompresszor  $Q$  térfogatárama a nyomócsonkon mérhető  $\dot{m}$  tömegáram átszámítása a szívó-

$$\text{vócsonkra, azaz } (p_S; T_S) \text{ állapotra } \rightarrow Q = \frac{\dot{m}}{\rho_S} \cong \dot{m} \cdot \frac{R \cdot T_S}{p_S}$$

### 3.7.2.1. Fajlagos jellemzők

Kiegészítjük a 3.8.1. pontban felsoroltakat

- Nyomásviszony (3.109):  $\pi = \frac{p_2}{p_1} > 1$
- Károstérviszony (fajlagos káros tér) (3.107):  $\varepsilon_0 = \frac{V_k}{V_L} < 1 \quad (\varepsilon_0 = 0,02 \div 0,08)$
- Kompresszióviszony (3.108):  $\varepsilon = \frac{V_k + V_L}{V_L} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} > 1$
- Töltési fok (3.110):  $\lambda_v = \frac{V_S''}{V_L} < 1 \quad (3.132)$
- Szállítási fok:  $\lambda = \frac{Q}{Q_e} \quad (Q_e = n \cdot V_L) \quad (3.133)$
- Volumetrikus hatásfok:  $\eta_v = \frac{Q}{Q + \underbrace{\sum Q_r}_{\substack{\text{a szelep és} \\ \text{a dugattyú} \\ \text{részvesztésége}}} < 1 \quad (3.134)$
- Melegedési fok:  $\lambda_T = \frac{T_S}{T_1''} < 1 \quad (3.135)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{A szívócsonkon: } p_S; T_S; V_S \\ \text{A hengerben: } p_1 = p_S; T_1''; V_S'' \end{array} \right.$$

**Szállítási fok:**

$$\lambda = \frac{Q}{Q_e} = \frac{Q}{V_L \cdot n} = \frac{(Q + \sum Q_r) \cdot \eta_v}{n \cdot V_L} = \eta_v \cdot \frac{V_S}{V_L},$$

$$\left. \begin{array}{l} p_S \cdot V_S = m \cdot R \cdot T_S \\ p_1 \cdot V_S'' = m \cdot R \cdot T_1'' \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{V_S}{V_S''} = \frac{T_S}{T_1''} \\ \uparrow \\ p_1 = p_S \end{array},$$

$$\overline{\lambda} = \eta_v \cdot \frac{V_S}{V_L} = \eta_v \cdot \frac{V_S}{V_S''} \cdot \frac{V_S''}{V_L} = \overline{\eta_v \cdot \lambda_T \cdot \lambda_v}, \quad (3.136)$$

**Töltési fok:**

$$\lambda_v = \frac{V_S''}{V_L} = \frac{V_L - a_1 - b_1}{V_L} = 1 - \frac{a_1}{V_L} - \frac{b_1}{V_L} \quad (3.137)$$

► expanzió:  $3 \rightarrow 4$  ;  $V_3 \approx V_{3'} = V_K$  ;  $p_N \cdot V_k^{n_e} = p_S \cdot V_4^{n_e}$

$$a_1 + V_k = V_4 = V_k \cdot \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} ;$$

$$a_1 = V_k \cdot \left[ \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} - 1 \right] \quad (3.138)$$

► kompresszió:  $1' \rightarrow 1$

$$\underbrace{V_k + V_L}_{V_1'} = \underbrace{(V_k + V_L - b_1)}_{V_1} \cdot \left( \frac{p_S}{p_1} \right)^{\frac{1}{n_k}} =$$

$$b_1 = (V_k + V_L) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_1'}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_k}} \right] < 1 \quad (3.139)$$

(3.137); (3.138); (3.139) felhasználásával:

$$\underline{\underline{\lambda_v}} = 1 - \varepsilon_0 \cdot \left[ \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} - 1 \right] - (\varepsilon_0 + 1) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_1'}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_k}} \right] =$$

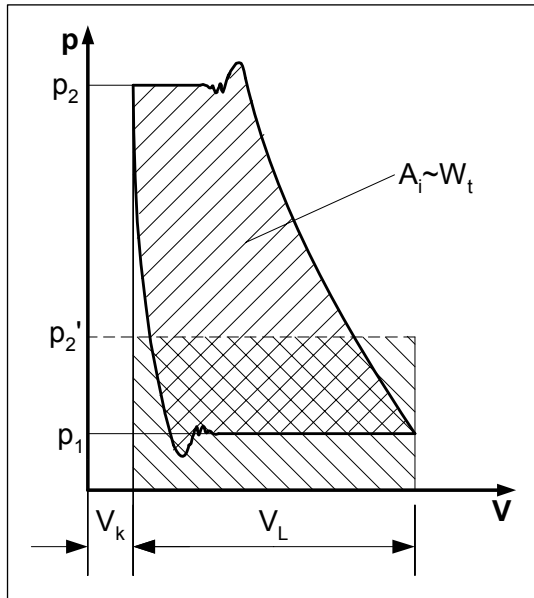
$$= 1 - \varepsilon_0 \cdot \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} + \varepsilon_0 - \varepsilon_0 - 1 + (\varepsilon_0 + 1) \cdot \underbrace{\left( \frac{p_1'}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_k}}}_{\approx 1} =$$

$$\underline{\underline{= 1 - \varepsilon_0 \cdot \left[ \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} - 1 \right]}} < 1 \quad (3.140)$$

A  $\lambda_v$  töltési fokot tehát  $\varepsilon_0$ -n keresztül a  $V_k$  káros tér és a  $p_N / p_S$  nyomásviszony határozza meg.

### 3.7.2.2. Indikálás

A körfolyamat  $W_i$  technikai munkája meghatározható a hengertérben felvett indikátor diagramm (3.40. ábra) segítségével.



3.40. ábra

a. Indikátor diagramm felvétele indikátorral

b.  $A_i$  mérése pl. planiméterrel

c. Az indikált középnyomás:

$$p_i = \frac{A_i}{V_L} \quad (3.141)$$

d. Az indikált technikai munka:

$$W_{ii} = p_i \cdot V_L \quad (3.142)$$

e. Az indikált teljesítmény:

$$P_i = n \cdot W_{ii} = p_i \cdot n \cdot V_L \quad (3.143)$$

A kompresszor mechanikai hatásfoka, ha az indikált teljesítmény fogadjuk el belső teljesítménynek és  $P_t$  a tengely (kuplung) teljesítmény:

$$\eta_m = \frac{P_b}{P_t} = \frac{P_i}{P_t} = \begin{cases} 0,3 \div 0,95 & \text{közepes és nagy álló, keresztfejes kompresszor esetén} \\ 0,88 \div 0,93 & \text{fekvő többfokozatú kompresszor esetén} \\ 0,8 \div 0,85 & \text{keresztfej nélküli kompresszor esetén} \end{cases}$$

(3.144)

### 3.7.3. Többfokozatú dugattyús kompresszorok

A dugattyús kompresszorok általában többfokozatúak, mert az egy fokozatban előállítható nyomásviszonyok korlátai vannak

1. A nyomásviszony növelésével a töltési fok igen csökken. Lásd 3.38. ábrát, 3.3 táblázatot (3.140) és (3.115) képleteket:  $\pi_{max} \approx 50 - \text{nél } \lambda_v = 0$ .
2. A nyomásviszony növekedésével nő a kompresszió vég hőmérséklete, ami káros lehet, mert:
  - hátráltatja a nyomószelepek működését (hőtágulását);
  - csökkenti az olaj kenőképességét;
  - az olaj kokszosodik (ha  $T_2 > 165^\circ C$ , akkor kokszt+levegő = robbanó keverék);
  - klórkompresszornál  $T_2 > 125^\circ C$  esetén a klór erős korróziót okoz;
  - acetilén kompresszornál magas hőmérsékleten az acetilén veszélyes bomlás-terméket képez.

Mekkora lehet tehát az egyfokozatú kompresszor végnyomása?

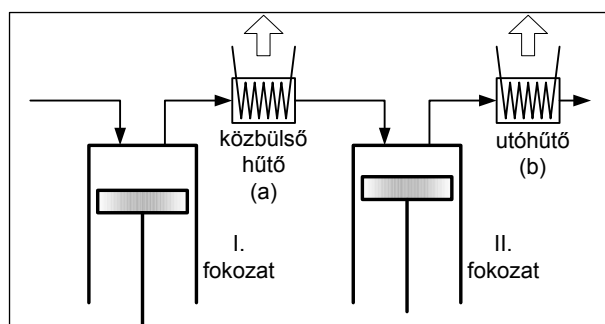
$$T_{2max} = 200^\circ C = 473K ; n = 1,3 \text{ (jól hűtött kompresszor)}$$

$$\pi_f = \frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} = \left( \frac{473}{293} \right)^{\frac{1,3}{0,3}} = 7,967 \approx 8 ,$$

tehát  $\pi_f < 8$  legyen 1 fokozatban. Másrészt  $\pi_f > 2 \div 2,5$  célszerű, mert sok fokozat esetén a fajlagos költségek nőnek. Tehát ajánlás:

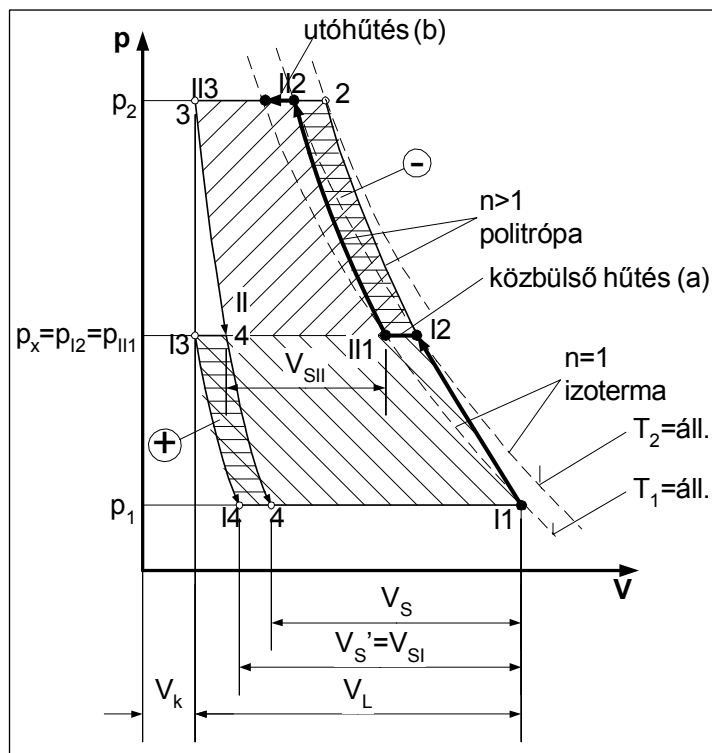
$$2 \div 2,5 < \pi_f < 8 . \quad (3.145)$$

#### Kétfokozatú ( $z=2$ ) kompresszor külső hűtéssel



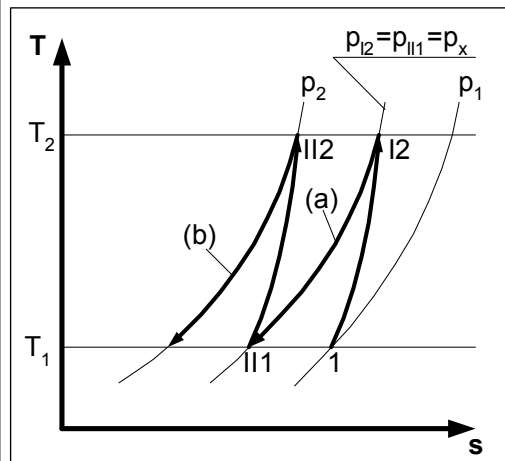
3.41. ábra

A kétfokozatú kompresszor kapcsolási vázlatát a 3.41. ábra mutatja. A kompressziót mindkét fokozatban adiabatikusnak, de sűrűdésosnak tekintjük (3.42., 3.43. ábra). Így a politrópikus kompresszor kitevője  $n > \kappa$ . A hőelvonás a kompresszoron kívül történik.



3.42. ábra

Feltételezzük, hogy a hőelvonás állandó nyomáson történik (a 3.41.-43. ábrákon az (a) és (b) jelű szakaszok).



3.43. ábra

$$\left. \begin{matrix} p_1, T_1 \\ p_x = p_{I2}, T_2 \end{matrix} \right\} \text{I. fokozat} \quad \left. \begin{matrix} p_x = p_{II1}, T_1 \\ p_2, T_2 \end{matrix} \right\} \text{II. fokozat}$$

A megtakarítható technikai munka:

$$\underbrace{(I2 - 2 - II2 - II1)}_{\ominus} - \underbrace{(4 - II4 - I3 - I4)}_{\oplus}$$

A töltési fok javul a fokozatra bontással:

$$V'_S = V_{SI} > V_S$$

$$\lambda'_v = \frac{V'_S}{V_L} > \lambda_v = \frac{V_S}{V_L} \quad (3.146)$$

A második fokozat hengere kisebb  $\Rightarrow$  kisebb dugattyú felület  $\Rightarrow$  kisebb erők.

Hogyan lehet gazdaságosan fokozatra osztani?  $\rightarrow$  Legyen a technikai munka minimális!

$$W_t \stackrel{\uparrow}{=} \underset{(3.128)}{\frac{n}{n-1}} \cdot [p_2 \cdot V_N - p_1 \cdot V_S] = p_1 \cdot V_S \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_N}{V_S} - 1 \right] =$$

$$\stackrel{\uparrow}{=} \underset{(3.129)}{p_1 \cdot V_S \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]}$$

Jelölje a nyomástengelyen a megosztás helyét  $p_x$ !

$$W_t = W_{II} + W_{III} = p_1 \cdot V_{SI} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + p_x \cdot V_{SII} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (3.147)$$

$p_1 \cdot V_{SI} = m \cdot R \cdot T_1 = p_x \cdot V_{SII}$ , mert azonos  $T_1$ -en vannak.

$$W_t = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left( \frac{p_2}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 2 \right]$$

$$W_t = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} + \left( \frac{p_2}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 2 \right]$$

$$\frac{dW_t}{dp_x} = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \frac{n-1}{n} \cdot \left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{p_1} + \frac{1-n}{n} \cdot \left( \frac{p_2}{p_x} \right)^{\frac{1-2-n}{n}} \cdot \frac{1}{p_2} \right] \stackrel{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{szélsőérték}}}{=} 0$$

$$\left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{p_1} = \left( \frac{p_x}{p_2} \right)^{\frac{1-2-n}{n}} \quad / \cdot p_x$$

$$\left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left( \frac{p_x}{p_2} \right)^{\frac{1-n}{n}}$$

$$\left( \frac{p_x}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = \left( \frac{p_2}{p_x} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\boxed{\pi_f = \frac{p_x}{p_1} = \frac{p_2}{p_x} = \sqrt[2]{\frac{p_2}{p_1}} = \sqrt[2]{\pi}} \quad (3.148)$$

Tehát akkor minimális a kompresszió munka, ha a nyomásviszony azonos minden fokozatban (ez igaz több fokozatra is):

$$\boxed{\pi_{f elm} = \sqrt[2]{\pi_{gép}}}, \quad (3.149)$$

$$\boxed{p_x = \sqrt{p_1 \cdot p_2}}. \quad (3.150)$$



### 3.7.4. Dugattyús kompresszorok főméreteinek meghatározása

Alapadatok:  $Q, p_1, p_2, T_1, T_2$

$$z_1 - \text{első fokozat hengereinek száma} \left. \begin{array}{l} \\ i = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \text{ működési szám} \end{array} \right\} \text{ ezeket fel kell venni}$$

► Fordulatszám (löketszám)

$$n = 2 \div 25 [f / \text{sec}] = \underbrace{120}_{\text{nagy}} \div \underbrace{1500}_{\text{kis}} [f / \text{min}]$$

*gépeknél*

► Közepes dugattyúsebesség

$$\bar{v}_D = 2 \cdot s \cdot n = \begin{cases} 1,5 \div 4 \text{ m / s} & \text{lassújárású gép} \\ 3 \div 6 \text{ m / s} & \text{gyorsjárású gép} \end{cases}$$

$$\bar{v}_D = \begin{cases} 2,5 \div 5 \text{ m / s} & \text{- álló elrendezésű egy- és kétfokozatú kis gép} \\ 3 \div 6 \text{ m / s} & \text{- álló elrendezésű egy- és kétfokozatú közepes gép} \\ 4 \div 5 \text{ m / s} & \text{- fekvő egyszeres működésű egyfokozatú gép} \\ 4 \div 5 \text{ m / s} & \text{- fekvő többfokozatú nagyméretű gép} \\ 2,5 \div 3 \text{ m / s} & \text{- kenésmentes műszén vagy műanyag gyűrű, álló elrendezésű gép} \\ 5 \text{ m / s} & \text{- kenésmentes labirinttömítésű álló elrendezésű gép} \end{cases}$$

► Löketviszony

$$x_L = \frac{s}{D_D} \begin{cases} \geq 0,5 & \text{- vákuumszivattyú, nagy fordulató kompresszor} \\ \cong 0,8 & \text{- freonkompresszor} \\ \cong 1,0 & \text{- ammóniakompresszor} \\ = 4 \div 6 & \text{- nagynyomású gép} \end{cases}$$

$$x_L \begin{cases} \leq 1 & \text{- álló elrendezésű többhengeres kompresszor} \\ \ll 1 & \text{- gyorsjárású kisméretű gép} \\ = 0,6 \div 1 & \text{- fekvő elrendezésű gép} \end{cases}$$

► Szállítási fok

$$\lambda = \frac{Q}{Q_e} = \eta_v \cdot \lambda_v \cdot \lambda_T \quad \text{számítása:}$$

- A volumetrikus hatásfok

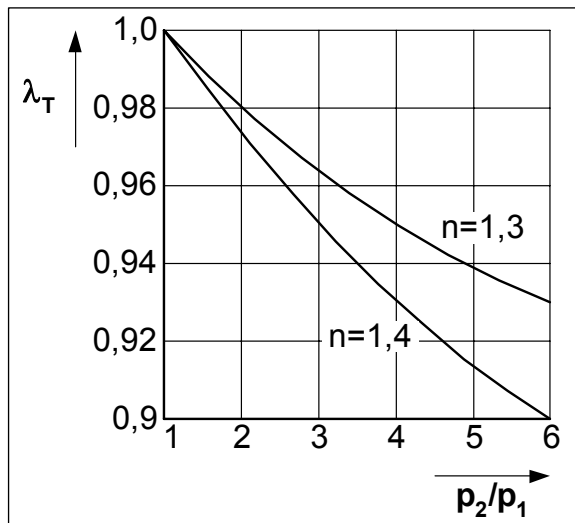
$$\eta_v = 0,97 \div 0,99$$

- A töltési fok

$$\lambda_v = 1 - \varepsilon_0 \cdot \left[ \left( \frac{p_N}{p_S} \right)^{\frac{1}{n_e}} - 1 \right], \text{ ahol } \begin{cases} \varepsilon_0 - \text{káros térvizony} \\ \text{(szokásos értékeit lásd előbb)} \\ n_e < \kappa \end{cases}$$

- A melegedési tényező

$$\lambda_T = \frac{T_1}{T_1''}$$



Egy  $n = 1300 \text{ f/min}$  gépen - amely jó konstrukció volt - felvett mérési eredményt mutat a 3.44. ábra.

3.44. ábra

$$Q_e = \frac{Q}{\lambda} = \frac{Q}{\eta_v \cdot \lambda_v \cdot \lambda_T}$$

► Dugattyúátmérő

Vagy  $v_D$ -t vagy  $x_L$ -et kell felvenni, s akkor

$$Q_e = n \cdot V_L \cdot z_1 \cdot i = n \cdot s \cdot A_D \cdot z_1 \cdot i = \begin{cases} \frac{v_D}{2} \cdot A_D \cdot z_1 \cdot i \\ n \cdot x_L \cdot D_D \cdot A_D \cdot z_1 \cdot i \end{cases} \quad \left| \quad A_D = \frac{D_D^2 \cdot \pi}{4} \right. \quad (3.151)$$

$$(3.152)$$

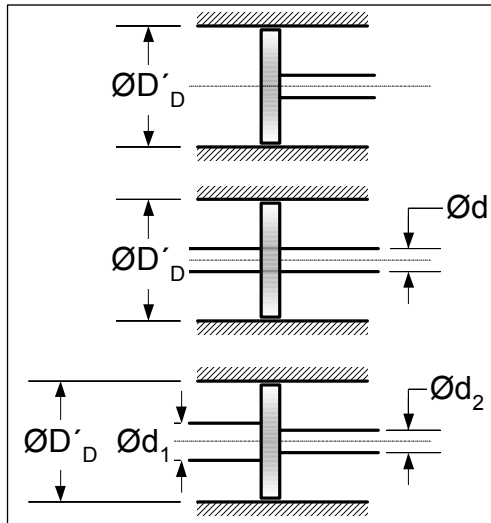
alapján

$$D_D = \left[ \frac{8}{\pi} \cdot \frac{Q}{\lambda \cdot \bar{v}_D \cdot z_1 \cdot i} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.153)$$

vagy

$$D_D = \left[ \frac{4}{\pi} \cdot \frac{Q}{\lambda \cdot n \cdot x_L \cdot z_1 \cdot i} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.154)$$

► A  $D'_D$  tényleges dugattyúátmérő (lásd 3.45. ábrát)



$$i = 1 \quad D'_D = D_D \quad (3.155)$$

$$i = 2 \quad D'_D = \left[ D_D^2 + d^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.156)$$

$$i = 2 \quad \frac{D_D^2 \cdot \pi}{4} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{(D_D'^2 - d_1^2) \cdot \pi}{4} + \frac{(D_D'^2 - d_2^2) \cdot \pi}{4} \right] \quad (3.157)$$

3.45. ábra

$$D'_D = \begin{cases} \left[ D_D^2 + \frac{1}{2} \cdot (d_1^2 + d_2^2) \right]^{\frac{1}{2}}, & \text{ha } d_1 \neq d_2 \neq 0 \end{cases} \quad (3.158)$$

$$D'_D = \begin{cases} \left[ D_D^2 + \frac{1}{2} \cdot d^2 \right]^{\frac{1}{2}}, & \text{ha } d_1 = d \text{ és } d_2 = 0 \end{cases} \quad (3.159)$$

$$\left[ D_D^2 + d^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \text{ha } d_1 = d_2 = d \quad (3.160)$$

( $d_1, d_2, d$  -szilárdsági számításból)

► Csonkátmérők

A Q térfogatáram értelmezése: a nyomócsonkon kiáramló gázmennyiség a szívócsonki állapotról átszámítva.

$$\dot{m}_N = \rho_S \cdot Q \cong \frac{p_S}{R \cdot T_S} \cdot Q \quad (3.161)$$

$\dot{m} = \dot{m}_S = \dot{m}_N$  közelítéssel:

$$\dot{m} = \rho_S \cdot \underbrace{c_S \cdot A_S}_Q = \rho_N \cdot c_N \cdot A_N, \text{ azaz } \frac{p_S}{R \cdot T_S} \cdot c_S \cdot A_S = \frac{p_N}{R \cdot T_N} \cdot c_N \cdot A_N.$$

$$A_S \cong \frac{Q}{c_S}; \quad A_N \cong \frac{Q}{c_N} \cdot \frac{p_S}{p_N} \cdot \frac{T_N}{T_S}. \quad (3.162)$$

Szokásos csonksebségek:

$$c_S = 8 \div 20 \text{ m/s}$$

$$c_N = 10 \div 30 \text{ m/s}$$

### 3.7.5. Kompresszorok szabályozása

A szabályozás feladata: követni a rendszer szükségletét.

- Két eset:       $\Rightarrow$  tömegáramot kell szabályozni,  
                   $\Rightarrow$  állandó nyomás szükséges.

#### 3.7.5.1. Szakaszos szabályozások

Ekkor a kompresszor kiegyenlítő tartályra dolgozik. A felső nyomáshatár elérésekor a kompresszort valamely módon le kell kapcsolni és az alsó nyomáshatárra való csökkenéskor kell újra üzembe állítani.

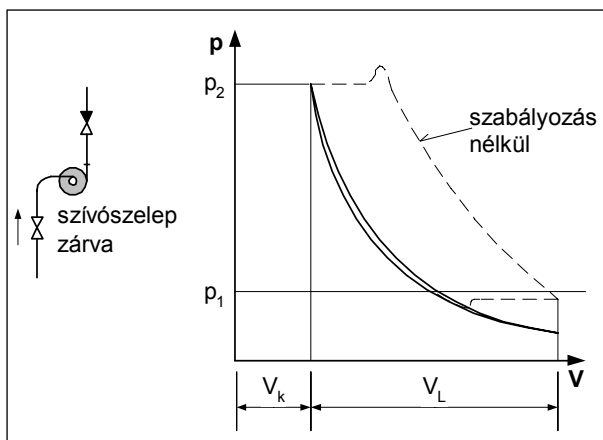
##### A. Ki-be kapcsolás

- A hajtómotoré (gazdaságos, nincs üresjáratú teljesítményfelvétel).
- Tengelykapcsolóval csak a kompresszor lekapcsolása (van üresjáratú teljesítményfelvétel, de könnyebben automatizálható).

##### B. Szívóoldali fojtás

A szívóoldali szelep teljes elzárásával a kompresszor üres járatra állítható.

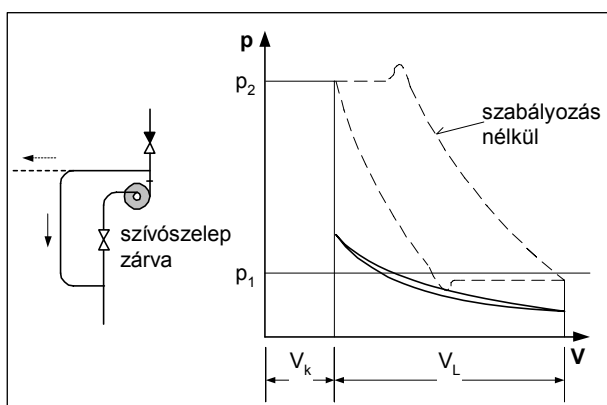
- Átvezetés nélkül (3.46. ábra)



- A szelep nem zár tökéletesen – csekély szállítás, de nagy hőmérséklet, egyenetlen járás.
- A káros térbe zárt gáz komprimálódik  $\leftrightarrow$  reexpandál.
- Az üresjáratú teljesítmény 1 ÷ 3% -a a névlegesnek.

3.46. ábra

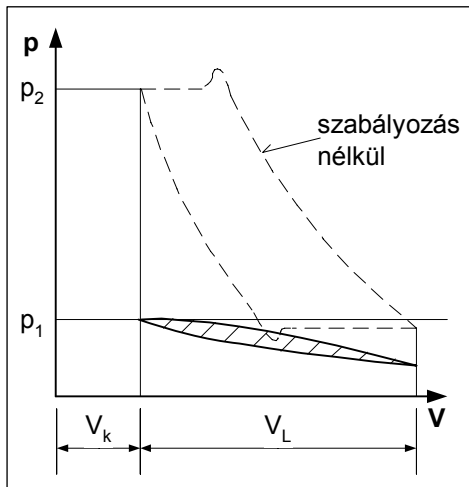
- Átvezetéssel (3.47. ábra)



- Visszakötés a szívóvezetékbe vagy a szabadba.
- Üresjáratú teljesítményszükséglet a névlegeshez képest elhanyagolható. (~ 0%)

3.47. ábra

- Szívószelep kitámasztása (3.48. ábra)

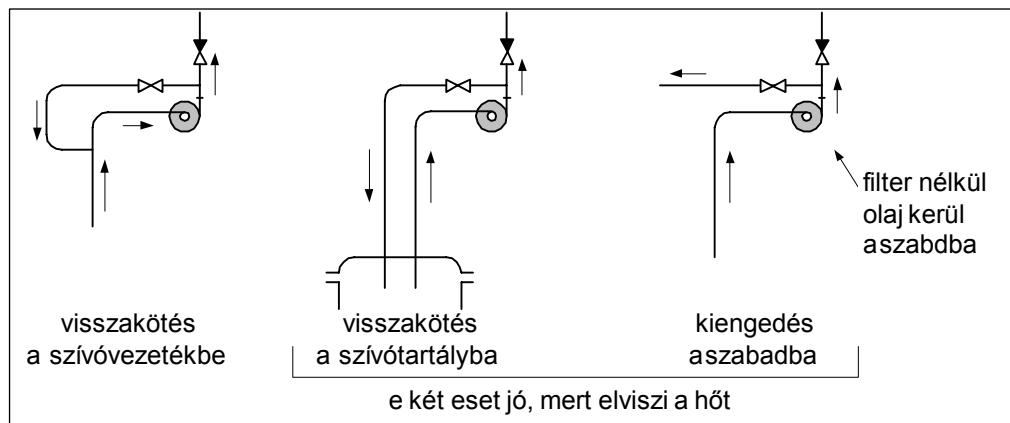


3.48. ábra

- Komplikáltabb a gép.
- Többfokozatú gépnél minden fokozatban kell.
- Ez is automatizálható, szabályozható.
- $Q = 0$ , de az ellenállás okozta veszteségek (szívószelepen oda-vissza áramlás, gyorsítási veszteség, stb.) miatt a teljesítmény szükséglet  $\sim 3\%$ -a a névlegesnek.

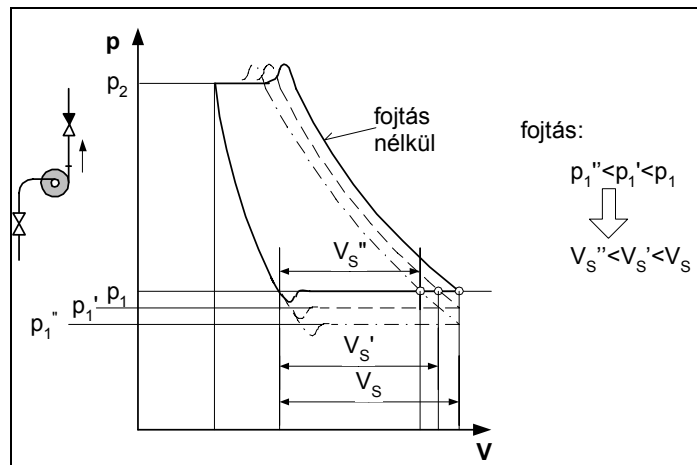
### 3.7.5.2. Fokozatmentes szabályozások

- A. By – pass – megkerülő vezetékes szabályozás (3.49. ábra)



3.49. ábra

- B. Szívóoldali fojtás (3.50. ábra)

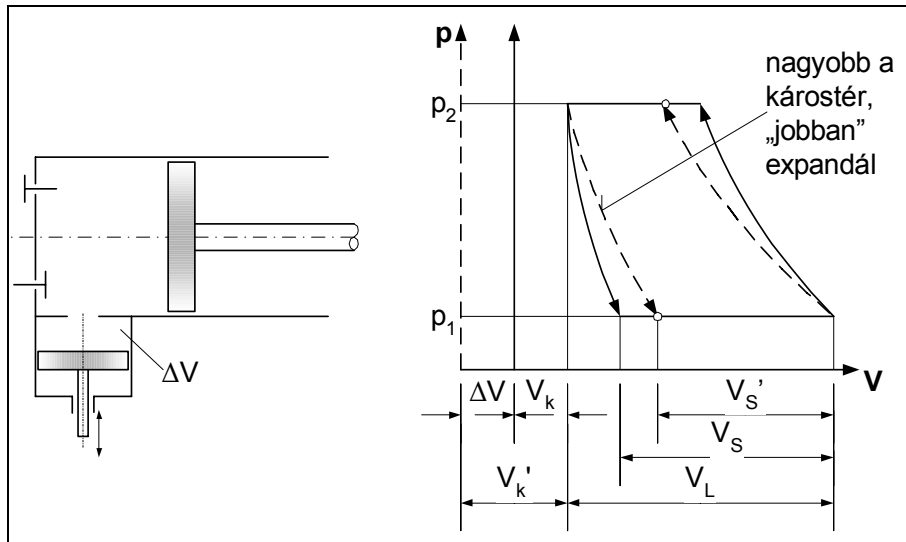


3.50. ábra

### C. Fordulatszám szabályozás

- Energetikailag igen gazdaságos, de nagy beruházás.
- Kis fordulaton lendítőkereket kíván az egyenlőtlenségi fok romlása miatt.

### D. Pótkáros tér beiktatása (3.51. ábra)



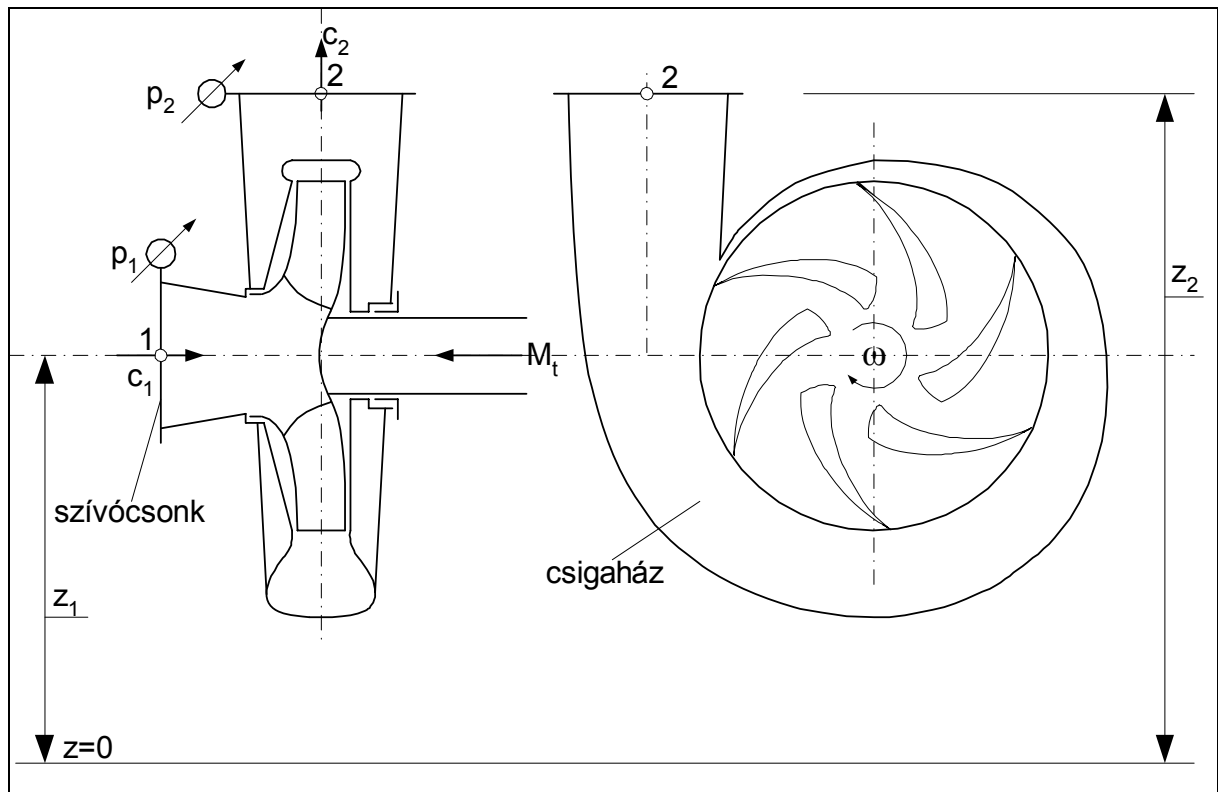
3.51. ábra

## 4. TURBÓGÉPEK

### 4.1. Az alapfogalmak alkalmazása turbógépekre

#### 4.1.1. Folyadékszivattyú (hidraulikus munkagép)

A 4.1. ábra egy centrifugál szivattyú metszetét mutatja.



4.1. ábra

$$c_1 = \frac{Q}{A_1} ; \quad c_2 = \frac{Q}{A_2} ; \quad \rho_1 \equiv \rho_2$$

(2.25) alapján, figyelembe véve, hogy az erőtér potenciálvüggvénye

$$U = gz$$

a fajlagos energianövekmény:

$$Y = g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho}, \quad \left[ \frac{J}{kg} \right]; \quad (4.1)$$

a manometrius szállítómagasság pedig:

$$H = (z_2 - z_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}, \quad [m]. \quad (4.2)$$

Az állapotváltozás adiabatikusnak ( $Q_{12} = 0$ ) tekintve; a szivattyúban a tengelyen levezetett technikai munka (a veszteségektől eltekintve) (2.19) alapján teljes egészében folyadék energiává alakul:

$$P = \dot{m} \cdot Y = P_{t12} . \quad (4.3)$$

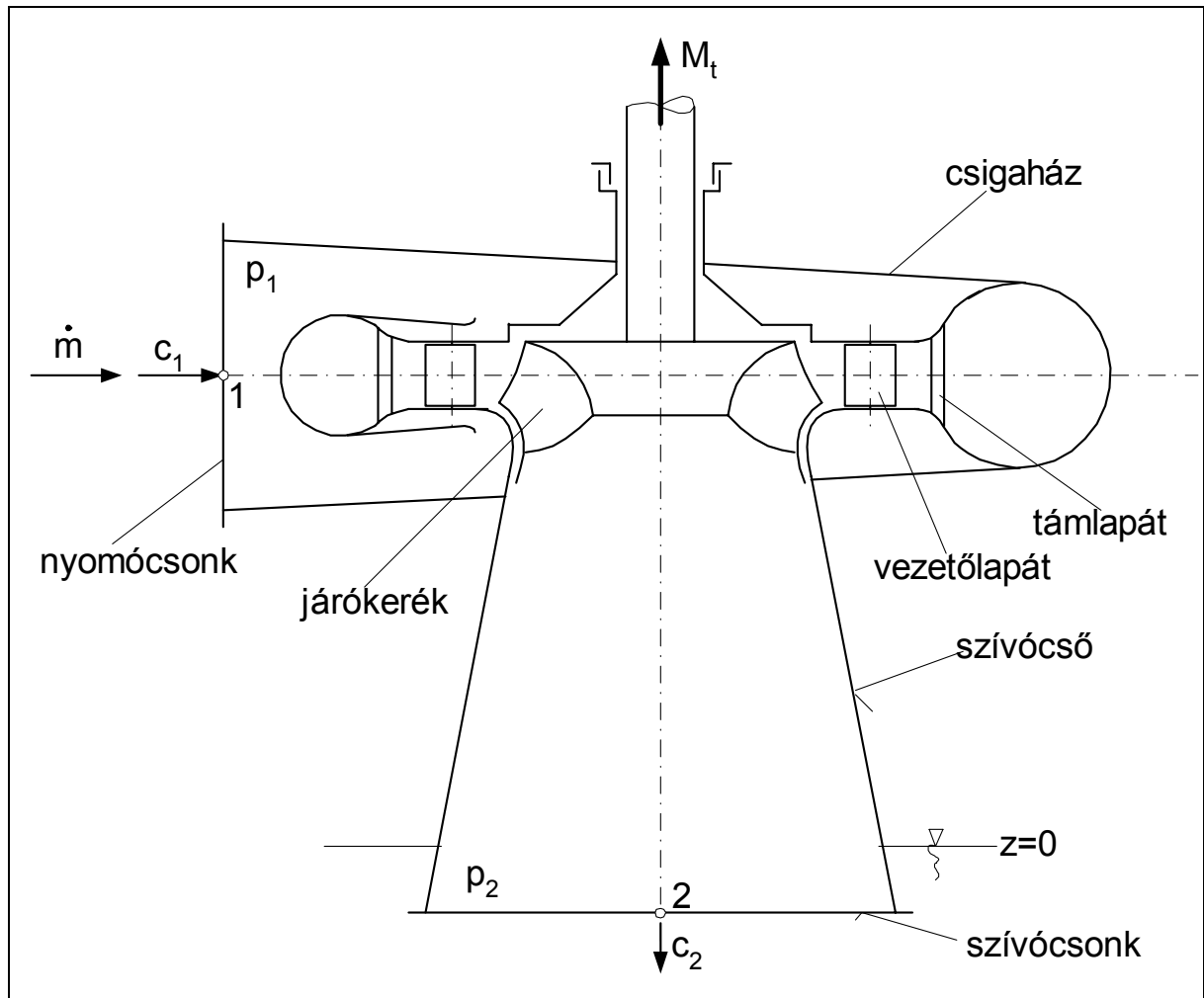
Természetesen a folyadék teljesítményének  $P$ -vel való növeléséhez a veszteségek (lásd később: hidraulikai, mechanikai, volumetrikus, tárcsasúrlódási veszteség) miatt a  $P_{t12}$  teljesítménynél nagyobb  $P_t$  tengelyteljesítményt kell a szivattyúval közölni:

$$P_t = \frac{P}{\eta} = \frac{P_{t12}}{\eta} \quad (\eta < 1) \quad (4.4)$$

**Megjegyzés:** Az adiabatikus jó közelítés, mert:

- a szivattyúk leggyakrabban a környezeti hőfokhoz hasonló hőfokú folyadékot szállítanak,
- a folyadék belső energiája keveset változva a folyadék hőfoka a gépen való átáramlásakor keveset változik.



**4.1.2. Víz turbina (hidraulikus erőgép)**

4.2. ábra

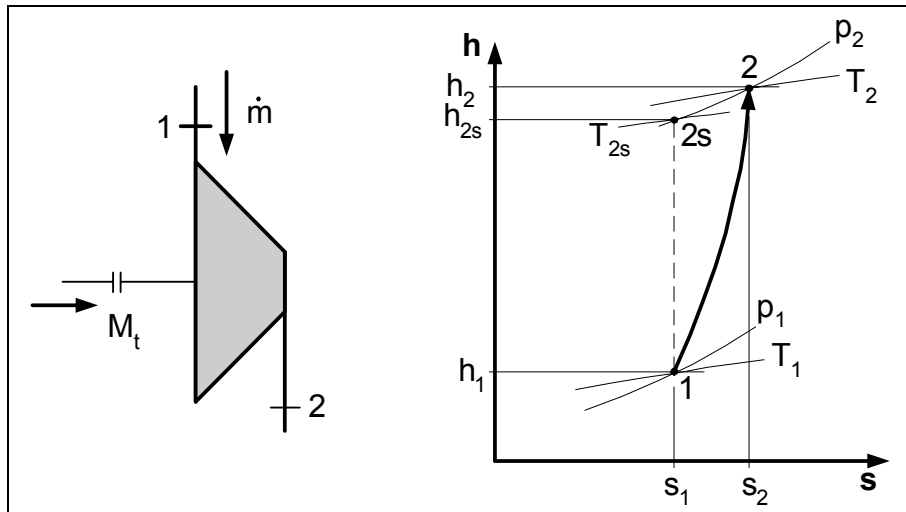
Víz turbina (4.2. ábra) esetén a viszonyok azonosak a szivattyúval, csak az energia átalakulás iránya ellentétes, a folyadék energia alakul át mechanikai energiává. A folyadék energiája a gépen áthaladva csökken.

A fajlagos energiacsökkenés:

$$Y = e_1 - e_2 = g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{\rho}, \quad \left[ \frac{J}{kg} \right]; \quad (4.5)$$

illetve a manometrikus esés magasság:

$$H = \frac{Y}{g}, \quad [m]. \quad (4.6)$$

**4.1.3. Kompresszor** (fűvő, sűrítő, azaz összenyomható közeggel dolgozó munkagép)

4.3. ábra

A fajlagos energianövekmény:

$$Y = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g \cdot \underbrace{(z_2 - z_1)}_{\approx 0}$$

(4.7)

Az entalpiaváltozás:

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1) \stackrel{\substack{p=R \cdot T \\ \rho \downarrow}}{=} \frac{c_p}{R} \cdot \left[ \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left[ \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right] \quad (4.8)$$

Politrópus ( $\frac{p}{\rho^n} = \text{áll.}$ ) állapotváltozás esetén, mivel:

$$T_1 \cdot p_1^{\frac{1-n}{n}} = T_2 \cdot p_2^{\frac{1-n}{n}}$$

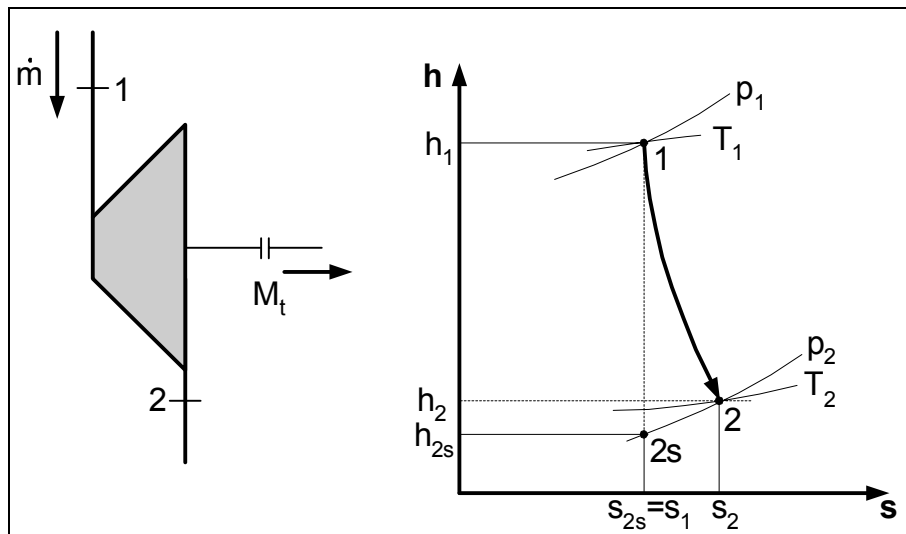
ezért:

$$h_2 - h_1 = c_p \cdot T_1 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (4.9)$$

Az állapotváltozást izentrópusnak tekintve:

$$h_2 - h_1 = h_{2s} - h_1 = c_p \cdot T_1 \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = \mathcal{P}_{12s} = \mathcal{P}_{12} \quad (4.10)$$

**4.1.4. Turbina** (gőz, gáz, összenyomható közeggel dolgozó erőgép)



4.4. ábra

A fajlagos energiacsökkenés:

$$Y = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g \cdot \underbrace{(z_1 - z_2)}_{\approx 0} \quad (4.11)$$

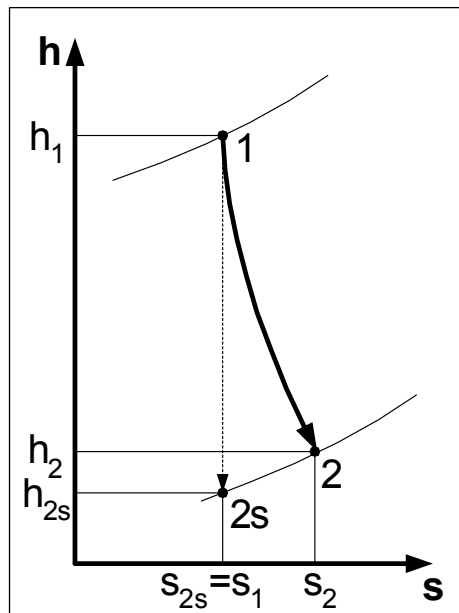
Az entalpiacsökkenés politrópikus állapotváltozáskor:

$$h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = c_p \cdot T_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left[ \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} \right] \quad (4.12)$$

## 4.2. Turbógépek veszteségei és hatásfokai

- Egyes szerkezeti elemek között mechanikai súrlódás lép fel →  
⇒ **mechanikai hatásfok:** ( $\eta_m$ )
- Valóságos folyadék → mozgás során a viszkozitás következtében csúsztató feszültség lép fel → energiavesztés (belső súrlódás, disszipáló energia) →  
⇒ **politrópus hatásfok:** ( $\rho \neq const.$ ) ( $\eta_p$ )  
⇒ **hidraulikai hatásfok:** ( $\rho = const.$ ) ( $\eta_h$ )
- Különböző nyomású terek ( $\Delta p$ ), rések → visszaáramlás →  
⇒ **volumetrikus hatásfok:** ( $\eta_v$ ).
- Turbógépeknél folyadékban forgó járókerék →  
⇒ **tárcsásúrlódási veszteségtényező:** ( $v_t$ )
- Együttesen →  
⇒ **összhatásfok:** ( $\eta$ )

### 4.2.1. Erőgépek politrópus (hidraulikai) hatásfoka



Termodinamika I. főtétele:

$$q_{12} + w_{surl\ 12} = h_2 - h_1 - \underbrace{\int_1^2 \frac{dp}{\rho}}_{\mathcal{P}_{12}}$$

Vizsgáljunk adiabatikus rendszert, azaz  $q_{12} = 0$ :

$$h_2 - h_1 = \mathcal{P}_{12} + w_{surl\ 12} < 0 \quad (4.13)$$

Izentrópus eset ( $q_{12} = 0$ ,  $w_{surl\ 12} = 0$ ):

$$h_{2s} - h_1 = \mathcal{P}_{12s} < 0 \quad (4.14)$$

4.5. ábra

**Definíció: Politrópus hatásfok**

$$\eta_p = \frac{h_1 - h_2}{-P_{12}} = \frac{-P_{12} - w_{surl\ 12}}{-P_{12}} = 1 - \frac{w_{surl\ 12}}{-P_{12}} < 1, \text{ mert } w_{surl\ 12} > 0 \quad (4.15)$$

Az elméletileg hasznosítható energiakülönbség:

$$Y = e_1 - e_{1s} = h_1 - h_{2s} + \underbrace{\frac{c_1^2 - c_{2s}^2}{2} + g(z_1 - z_2)}_{\ll (h_1 - h_{2s})} \cong h_1 - h_{2s} = -\mathcal{P}_{12s} \quad (4.16)$$

A járókeréken hasznosuló energiakülönbség

$$Y_e = e_1 - e_2 = h_1 - h_2 + \underbrace{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g(z_1 - z_2)}_{\ll (h_1 - h_2)} \cong h_1 - h_2 = -\mathcal{P}_{12} - w_{sur12} \quad (4.17)$$

$$(4.15) \rightarrow \eta_p \stackrel{(4.17)}{\downarrow} = \frac{Y_e}{Y_e + w_{sur12}}. \quad (4.18)$$

Mivel a fajlagos entalpiaváltozás

$$h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2),$$

a nyomáspotenciál változása

$$-\mathcal{P}_{12} = -\int_1^2 \frac{dp}{\rho} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \frac{p=p_1}{\rho^n} = \frac{p_2}{\rho_2^n}}}{=} -R \cdot T_1 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[ \underbrace{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}}_{\frac{T_2}{T_1}} - 1 \right] = R \cdot \frac{n}{n-1} \cdot [T_1 - T_2],$$

valamint a fajhők és a gázállandó, illetve az izentrópus kitévő közti összefüggések

$$\left. \begin{array}{l} c_p - c_v = R \\ \frac{c_p}{c_v} = \kappa \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{c_p}{R} = \frac{c_p}{c_p - c_v} = \frac{c_p}{c_p - 1} = \frac{\kappa}{\kappa - 1}, \\ \frac{c_p}{c_v} = \kappa \end{array} \quad (4.19)$$

a politrópus hatásfokra kapjuk.

$$\overline{\eta_p} = \frac{h_1 - h_2}{-\mathcal{P}_{12}} = \frac{c_p \cdot (T_1 - T_2)}{R \cdot \frac{n}{n-1} \cdot [T_1 - T_2]} = \frac{c_p}{R} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \frac{n-1}{n} < 1. \quad (4.20)$$

A (4.20) egyenlőtlenséget kifejtve

$$\frac{n-1}{n} \cdot \frac{\kappa}{\kappa-1} < 1, \quad \frac{n-1}{n} < \frac{\kappa-1}{\kappa},$$

$$-\frac{1}{n} < -\frac{1}{\kappa},$$

kapjuk, hogy expanzió esetén

$$\boxed{\kappa > n}. \quad (4.21)$$

$\rho = const$  esetén:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{P}_{12} &= \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \\ \mathcal{P}_{12s} &= \int_1^{2s} \frac{dp}{\rho} \stackrel{p_{2s}=p_2}{=} \frac{p_2 - p_1}{\rho} \end{aligned} \right\} \mathcal{P}_{12} = \mathcal{P}_{12s} = -Y \quad (4.22)$$

Így ekkor:

$$Y_e = Y - w_{surl12} \Rightarrow Y = Y_e + w_{surl12} \quad (4.23)$$

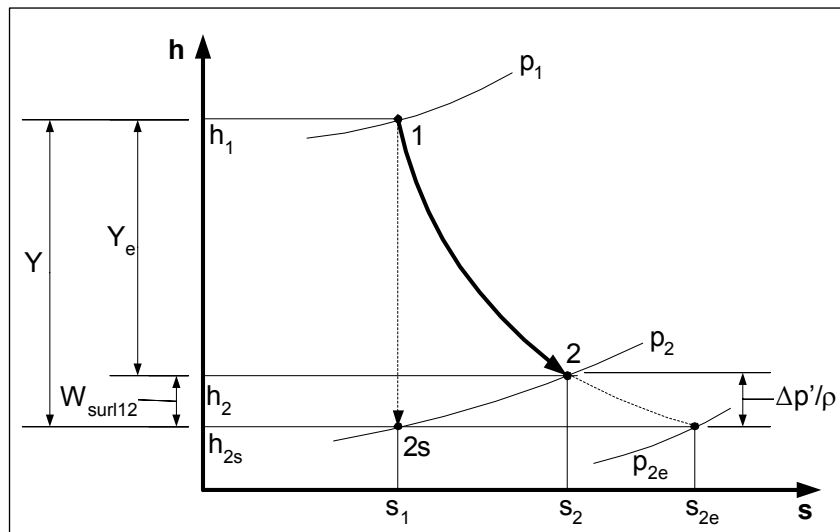
$$\boxed{\eta_p = \frac{Y_e}{Y} = \frac{Y_e}{Y_e + w_{surl12}} = \eta_h} \quad \text{-hidraulikai hatásfoknak nevezzük} \quad (4.24)$$

(4.16), (4.17) és (4.22) szerint:

$$Y \cong h_1 - h_{2s} = -\mathcal{P}_{12s} \stackrel{(4.22)}{=} -\mathcal{P}_{12} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} \quad (4.25)$$

$$Y_e \cong h_1 - h_2 = -\mathcal{P}_{12} - w_{surl12} \quad (4.26)$$

A megvalósuló és az elméletileg elérhető nyomáscsökkenést mutatja a 4.6. ábra.



4.6. ábra

A súrlódási munka nyomásvesztésként jelentkezik:

$$w_{surl12} = h_2 - h_{2s} = \frac{\Delta p'}{\rho},$$

ahol

$$\Delta p' = p_2 - p_{2e},$$

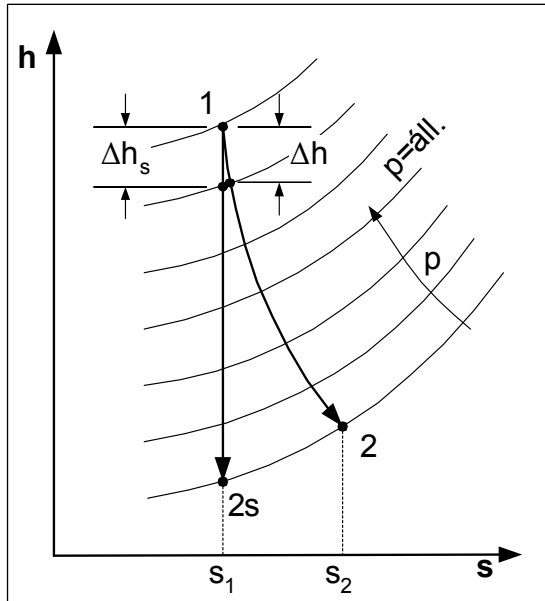
és  $p_{2e}$  az elméletileg elérhető nyomáscsökkenés eredménye.

A hidraulikai hatásfok így:

$$(\eta_p) = \eta_h = \frac{Y_e}{Y} = 1 - \frac{w_{surl12}}{\frac{p_2 - p_1}{\rho}} = 1 - \frac{\frac{\Delta p'}{\rho}}{\frac{p_1 - p_2}{\rho}} = 1 - \frac{\Delta p'}{p_1 - p_2} \quad (4.27)$$

**Gőzturbina – több fokozat** ⇒ több lapátsor

A 4. 7. ábra egy többfokozatú gép ( $h,s$ ) diagramját mutatja. Egy fokozat politróp hatásfoka:



$$\eta_p = \frac{\Delta h}{\Delta \mathcal{P}} \approx \frac{dh}{d\mathcal{P}} \quad (4.28)$$

$$dh = c_p \cdot dT$$

$$d\mathcal{P} = \frac{dp}{\rho} \underset{\substack{\uparrow \\ \rho = R \cdot T}}{=} R \cdot T \cdot \frac{dp}{p}$$

$$\eta_p = \frac{c_p \cdot dT}{R \cdot T \cdot \frac{dp}{p}} = \frac{c_p}{R} \cdot \frac{dT}{\frac{dp}{p}}$$

4.7. ábra

(4.19) felhasználásával

$$\eta_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{dT}{\frac{dp}{p}} \quad (4.29)$$

Feltételezve, hogy az állapotváltozás során  $\eta_p = \text{áll.}$ , (4.29) integrálásból:

$$\frac{dT}{T} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \eta_p \cdot \frac{dp}{p},$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \eta_p \cdot \ln \frac{p_2}{p_1},$$

$$\eta_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{p_2}{p_1}}, \quad (4.30)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\eta_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad (4.31)$$

Politropikus állapotváltozás esetén:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (4.32)$$

(4.31) és (4.32) egybevetéséből

$$\eta_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{n - 1}{n},$$

azaz

$$\eta_p = \frac{n - 1}{n} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1}. \quad (4.33)$$

Ugyanazt kaptuk, mint (4.20) kifejezés esetén, azaz expanziókor  $n < \kappa$ .

Súrlódásmentes eset: ( $n = \kappa$ )

$$\eta_p = 1$$

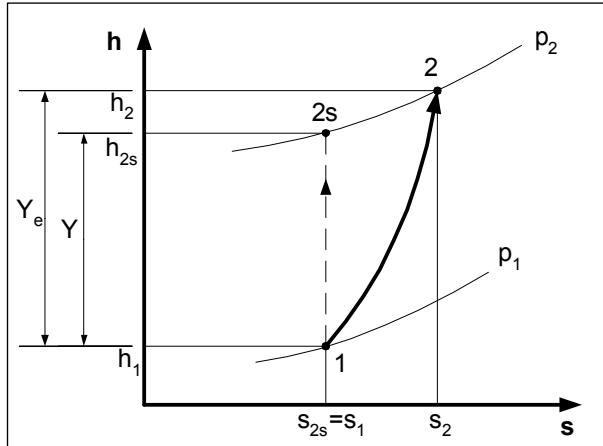
$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$$

A turbinahatásfok

$$\eta_{tb} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{T_{2s}}{T_1}} = \frac{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\eta_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1}. \quad (4.34)$$



### 4.2.2. Munkagépek politrópikus hidraulikai hatásfoka



4.8. ábra

A termodinamika I. főtételéből

$$\int_1^2 dh = h_2 - h_1 = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + w_{surl12} = \mathcal{P}_{12} + w_{surl12} > 0 \quad (4.35)$$

$$\int_1^2 dh = h_{2s} - h_1 = \mathcal{P}_{12s} > 0 \quad (4.36)$$

**Definíció:** Politrópikus hatásfok

$$\eta_p = \frac{\mathcal{P}_{12}}{h_2 - h_1} = \frac{\mathcal{P}_{12}}{\mathcal{P}_{12} + w_{surl12}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{surl12}}{\mathcal{P}_{12}}} < 1 . \quad (4.37)$$

A gép által előállított hasznosítható energiakülönbség:

$$Y = e_{2s} - e_1 = h_{2s} - h_1 + \underbrace{\frac{c_{2s}^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)}_{h_{2s} - h_1 \gg} \cong h_{2s} - h_1 - \mathcal{P}_{12s} \quad (4.38)$$

A járókerékben megtermelendő energia a súrlódás figyelembevételével:

$$Y_e = e_2 - e_1 = h_2 - h_1 + \underbrace{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1)}_{h_2 - h_1 \gg} \cong h_2 - h_1 = \mathcal{P}_{12} + w_{surl12} . \quad (4.39)$$

A (4.37) politrópikus hatásfokot kifejtve:

$$\overline{\eta_p} = \frac{\mathcal{P}_{12}}{h_2 - h_1} = \frac{R \cdot \frac{n}{n-1} \cdot [T_2 - T_1]}{c_p \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{R}{c_p} \cdot \frac{n}{n-1} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{n}{n-1} < 1 . \quad (4.40)$$

A (4.40) egyenlőtlenséget most is kifejtve kapjuk, hogy **kompreszió** esetén

$$\overline{\kappa} < \overline{n} . \quad (4.41)$$

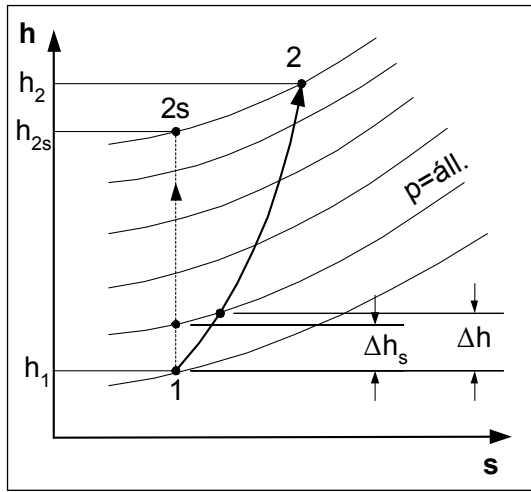
$\rho = const.$  esetén:

$$\mathcal{P}_{12} = \mathcal{P}_{12s} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}, \quad (4.42)$$

A (4.37) politrópikus hatásfokot (4.39) egyenlőség felhasználásával kifejtve, felhasználva a (4.42) kifejezést:

$$\eta_p = \frac{Y_e - w_{surl12}}{Y_e} = \frac{Y}{Y_e} = \frac{Y}{Y + w_{surl12}} = \eta_h < 1 \quad (4.43)$$

### Többfokozatú kompresszor



Egy fokozat politrópikus hatásfoka:

$$\eta_p = \frac{\Delta \mathcal{P}}{\Delta h} \quad (4.44)$$

$$\eta_p = \frac{\Delta \mathcal{P}}{\Delta h} \cong \frac{d\mathcal{P}}{dh} = \frac{\frac{dp}{\rho}}{c_p \cdot dT} \stackrel{p=R \cdot T}{\downarrow} = \frac{dp}{p} \cdot \frac{R \cdot T}{c_p \cdot dT} \quad (4.45)$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{R}{c_p} \cdot \frac{1}{\eta_p} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\eta_p} \cdot \frac{dp}{p}$$

4.9. ábra

Feltételezve hogy az állapotváltozás során  $\eta_p = áll$ , integrálás után kapjuk:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\eta_p} \cdot \ln \frac{p_2}{p_1},$$

$$\eta_p = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{T_2}{T_1}}, \quad (4.46)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{1}{\eta_p}}, \quad (4.47)$$

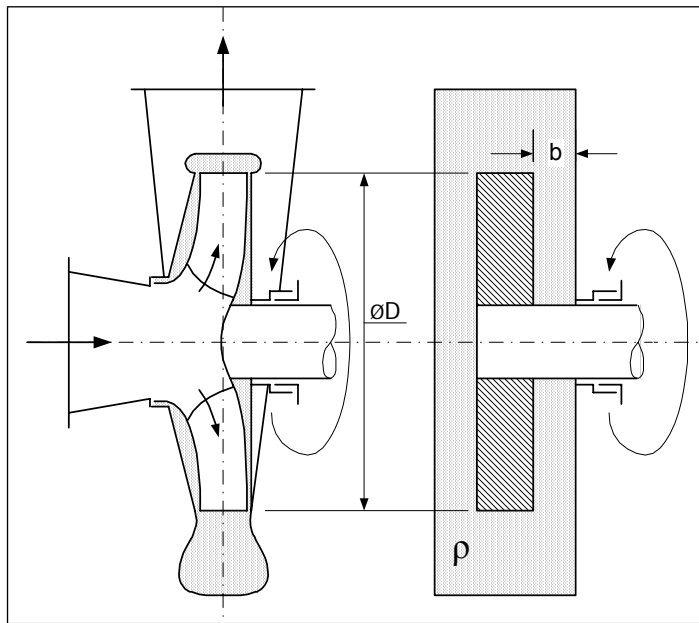
$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (4.48)$$

(4.47), (4.48) összevetéséből most is megkapjuk a (4.41) eredményt:

$$\eta_p = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{n}{n - 1} < 1, \quad (4.49)$$

$$n > \kappa. \quad (4.50)$$

### 4.2.3. Tárcsásúrlódási veszteség



A szivattyú forgó járókereke és az álló ház között folyadék van, a járókerék abban forog. Ez a folyadék a súrlódás hatására a forgást fékezi. Ennek a leküzdésére energiát kell fordítani, amely a szivattyúzás hatásfokát rontja. Ez a tárcsásúrlódási veszteség. A járókerék e tekintetben folyadékban forgó tárcsaként modellezhető, úgy ahogy azt a 4.10. ábra mutatja.

4.10. ábra

Áramlásban: ellenállás  $\sim \rho \cdot c^2 \cdot A$

Elemi felület:

$$dA = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (4.51)$$

Elemi felületre ható ellenállási erő:

$$dW = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ellenállástényező}}}{c_w} \cdot \rho \cdot (r \cdot \omega)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = 2 \cdot \pi \cdot c_w \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^3 \cdot dr \quad (4.52)$$

A forgatáshoz szükséges elemi teljesítmény:

$$dP'_t = r \cdot \omega \cdot dW = 2 \cdot \pi \cdot c_w \cdot \rho \cdot \omega^3 \cdot r^4 \cdot dr \quad (4.53)$$

Mindkét oldalra hat az ellenállás:

$$P'_t = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot c_w \cdot \rho \cdot \omega^3 \cdot \int_0^{\frac{D}{2}} r^4 \cdot dr = \frac{4 \cdot \pi}{5} \cdot c_w \cdot \rho \cdot \omega^3 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^5 = \frac{4 \cdot \pi}{5} \cdot c_w \cdot \rho \cdot u^3 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2; \quad (4.54)$$

$$\left(u = u_D = \frac{D}{2} \cdot \omega\right)$$

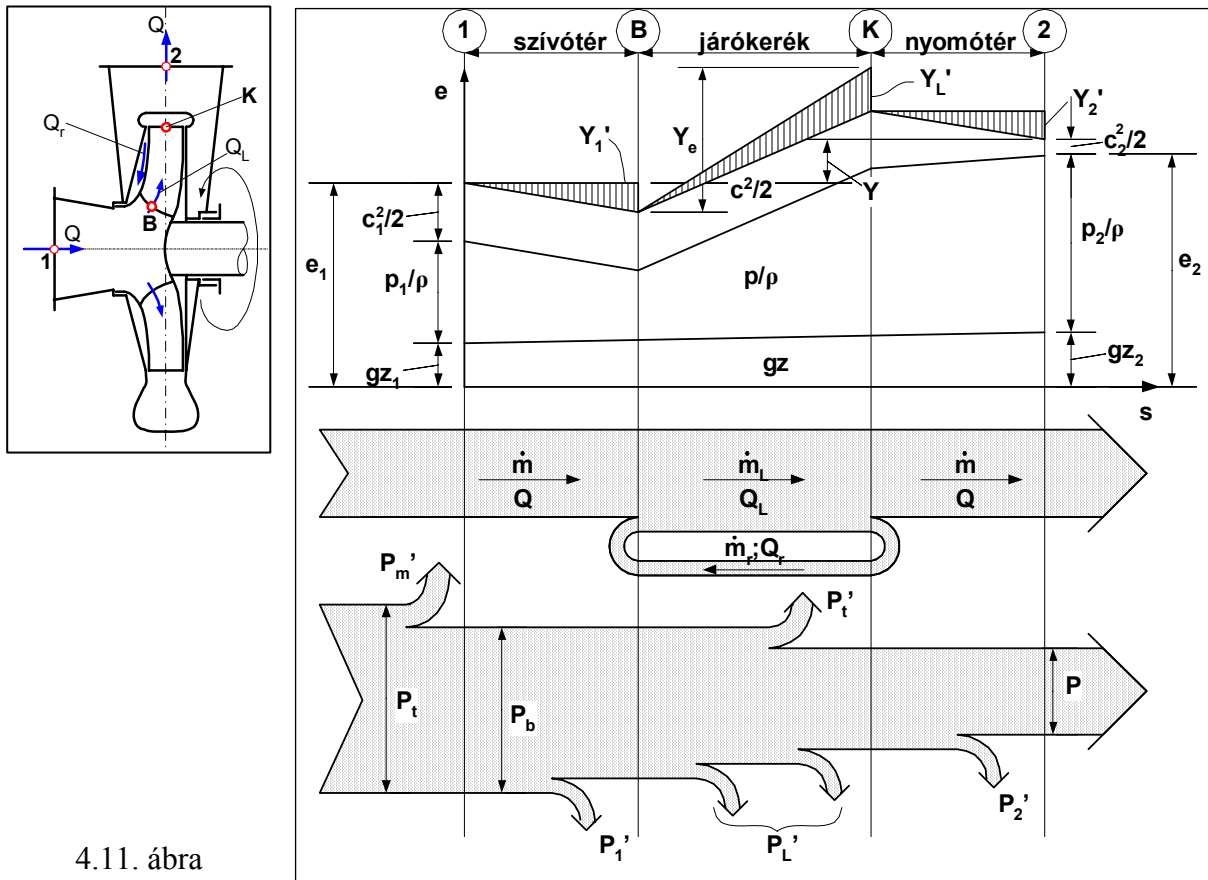
$$\boxed{P'_t = K \cdot \rho \cdot u^3 \cdot D^2}, \quad (4.55)$$

ahol

$$K = K\left(Re; \frac{b}{D}\right) \quad \text{arányossági tényező.} \quad (4.56)$$

#### 4.2.4. Munkagépek belső energia diagramja

A munkagépeken átáramló folyadék energiaváltozását mutatja a 4.11. ábra.



4.11. ábra

Fajlagos energia növekedés:

$$Y = e_2 - e_1 \quad (4.57)$$

Elméleti fajlagos energia növekmény: (energia növekedés a járókeréken):

$$Y_e = Y + Y_1' + Y_L' + Y_2' = Y + Y' \quad (4.58)$$

- Hidraulikai hatásfok:

$$\eta_h = \frac{Y}{Y_e} = \frac{Y}{Y + Y'} = \frac{Y}{Y + Y_1' + Y_L' + Y_2'} = \frac{Y_e - Y'}{Y_e} = 1 - \frac{Y'}{Y_e} < 1 \quad (4.59)$$

- Volumetrikus hatásfok:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_L} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_L} = \frac{\dot{m}}{\dot{m} + \dot{m}_r} = \frac{Q}{Q + Q_r} < 1 \quad (4.60)$$

- Mechanikai hatásfok:

$$\eta_m = \frac{P_b}{P_t} = \frac{P_t - P_m'}{P_t} < 1 \quad (4.61)$$

ahol a belső teljesítmény  $P_b = P_t - P_m'$ .

- Tárcsa súrlódási veszteség tényező:

$$v_t = \frac{P'_t}{P_b} \quad (4.62)$$

- Teljesítmények:

➤ veszteség a szívótérben:  $P'_1 = \rho \cdot Q \cdot Y'_1 = \dot{m} \cdot Y'_1$  (4.63)

➤ veszteség a nyomótérben:  $P'_2 = \rho \cdot Q \cdot Y'_2 = \dot{m} \cdot Y'_2$  (4.64)

- veszteség a járókerékben (lapátozott térben):

$$\begin{aligned} P'_L &= \dot{m}_L \cdot Y'_L + \dot{m}_r \cdot (Y_e - Y'_L) = \\ &= \underbrace{\dot{m}_r \cdot Y_e}_{\substack{\text{résvíz} \\ \text{vesztesége}}} + \underbrace{\dot{m} \cdot Y'_L}_{\substack{\text{hasznos víz} \\ \text{vesztesége}}} = \rho \cdot Q_r \cdot Y_e + \rho \cdot Q \cdot Y'_L \end{aligned} \quad (4.65)$$

➤ hasznos teljesítmény:  $P = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H = \dot{m} \cdot Y$  (4.66)

➤ tengely teljesítmény:  $P_t = P'_m + P_b = P'_m + P'_1 + P'_L + P'_2 + P$  (4.67)

➤ belső teljesítmény:  $P_b - P'_t = (1 - v_t) \cdot P_b = \dot{m}_L \cdot Y_e$

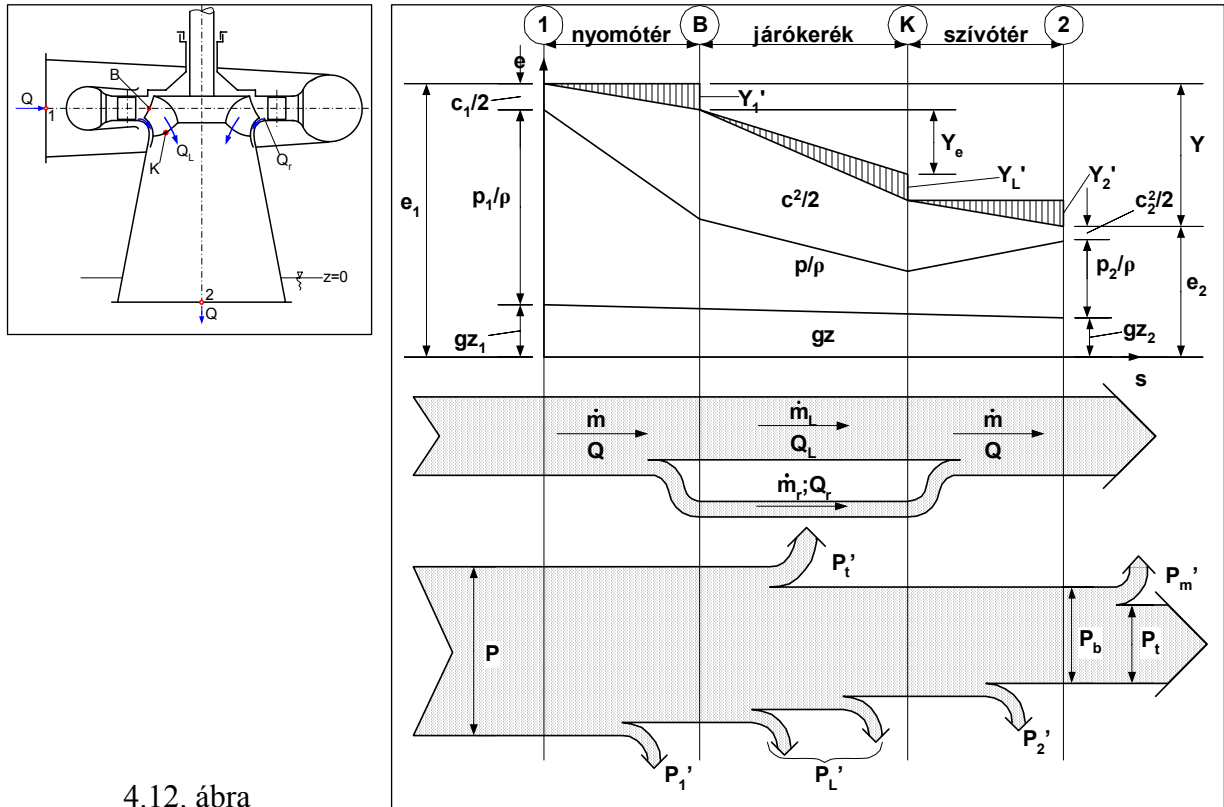
$$P_b = \frac{\dot{m}_L \cdot Y_e}{1 - v_t} \quad (4.68)$$

- Összhatásfok:

$$\eta = \frac{P}{P_t} = \frac{P_b}{\underbrace{P_t}_{\eta_m}} \cdot \frac{P}{P_b} = \eta_m \cdot \frac{P}{P_b} \stackrel{(4.66)}{=} \eta_m \cdot \frac{\dot{m} \cdot Y}{\dot{m}_L \cdot Y_e} \cdot (1 - v_t) = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h \cdot (1 - v_t)$$

$$\boxed{\eta = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h \cdot (1 - v_t)} \quad (4.69)$$

### 4.2.5. Erőgépek belső energia diagramja:



4.12. ábra

Fajlagos energia veszteség:

$$Y = e_1 - e_2 \quad (4.70)$$

Elméleti fajlagos energia csökkenés:

$$Y_e = Y - (Y'_1 + Y'_L + Y'_2) = Y - Y' \quad (4.71)$$

- Hidraulikai hatásfok:

$$\eta_h = \frac{Y_e}{Y} = \frac{Y - Y'}{Y} = 1 - \frac{Y'}{Y} = \frac{Y_e}{Y_e + Y'} \quad (4.72)$$

- Volumetrikus hatásfok:

$$\eta_v = \frac{Q_L}{Q} = \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_r}{\dot{m}} = \frac{Q - Q_r}{Q} \quad (4.73)$$

- Mechanikai hatásfok:

$$\eta_m = \frac{P_t}{P_b} = \frac{P_b - P'_m}{P_b} \quad (4.74)$$

- Tárcsasúrlódási veszteségtényező:

$$v'_t = \frac{P'_t}{P_b} \quad (4.75)$$

- Teljesítmények

➤ veszteség a nyomó térben:  $P'_1 = \rho \cdot Q \cdot Y'_1 = \dot{m} \cdot Y'_1$  (4.76)

➤ veszteség a szívó térben:  $P'_2 = \rho \cdot Q \cdot Y'_2 = \dot{m} \cdot Y'_2$  (4.77)

➤ veszteség a járó kerékben:

$$\begin{aligned} P'_L &= \dot{m}_L \cdot Y'_L + \dot{m}_r \cdot (Y_e + Y'_L) = \\ &= \underbrace{\dot{m}_r \cdot Y_e}_{\substack{\text{résvíz} \\ \text{vesztesége}}} + \underbrace{\dot{m} \cdot Y'_L}_{\substack{\text{hasznos víz} \\ \text{vesztesége}}} = \rho \cdot Q_r \cdot Y_e + \rho \cdot Q \cdot Y'_L \end{aligned} \quad (4.78)$$

➤ folyadék teljesítmény:  $P = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H = \dot{m} \cdot Y$  (4.79)

➤ tengelyteljesítmény:  $P_t = P_b - P'_m$

➤ belső teljesítmény:  $P_b + P'_t = (1 + v_t) \cdot P_b = \dot{m}_L \cdot Y_e$

$$P_b = \frac{\dot{m}_L \cdot Y_e}{1 + v_t} \quad (4.80)$$

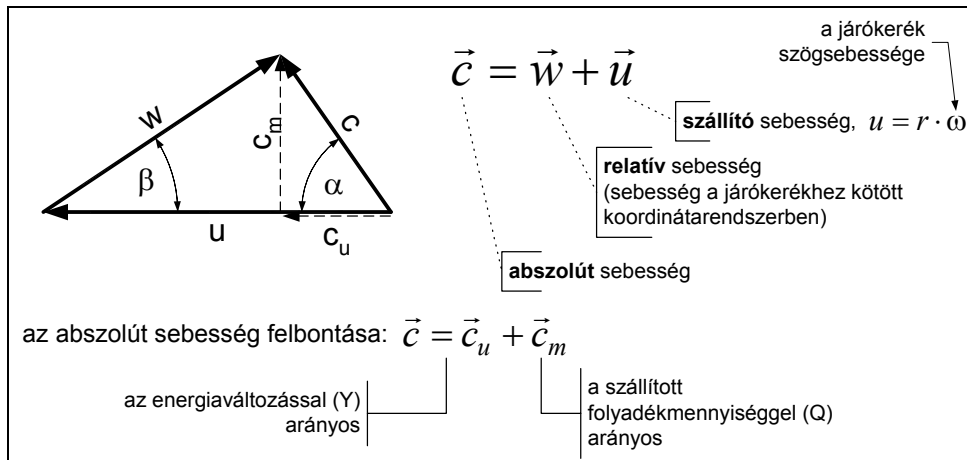
- Összhatásfok:

$$\eta = \frac{P_t}{P} = \frac{P_t}{\underbrace{P_b}_{\eta_m}} \cdot \frac{P_b}{P} \stackrel{(4.80)}{=} \eta_m \cdot \frac{\dot{m}_L \cdot Y_e}{\dot{m} \cdot Y} \cdot \frac{1}{(1 + v_t)} = \frac{\eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h}{1 + v_t}$$

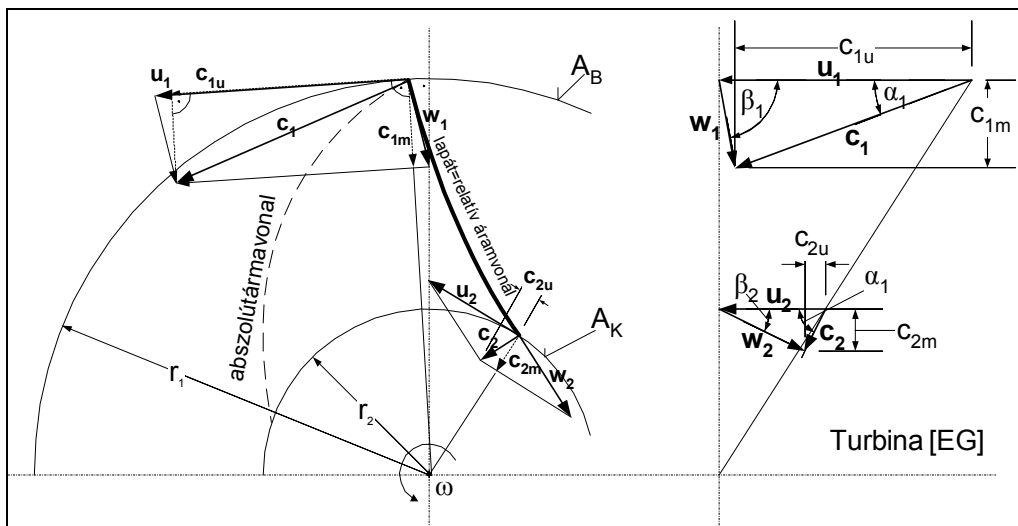
$$\boxed{\eta = \frac{\eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h}{1 + v_t}} \quad (4.81)$$

### 4.3. Áramlás a járókerékben

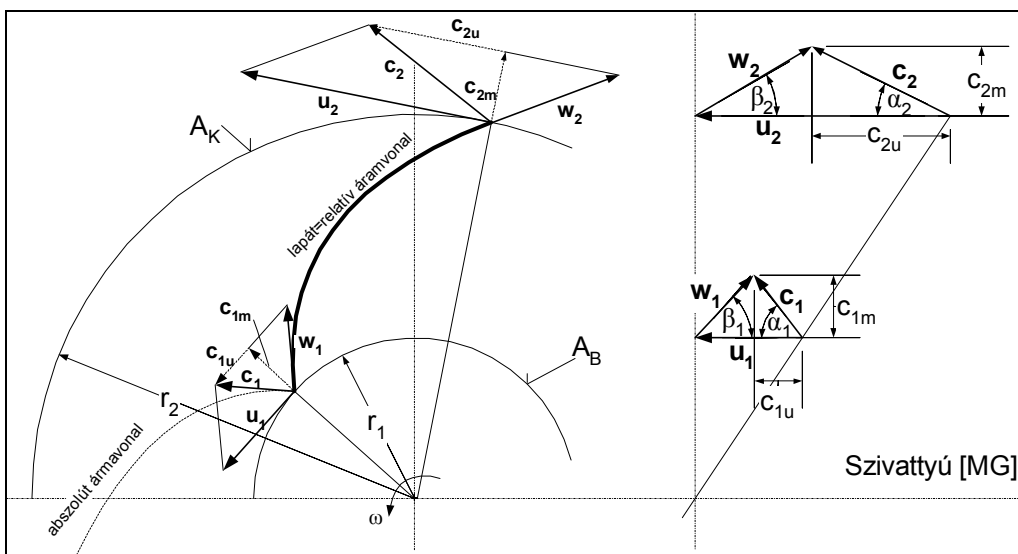
#### 4.3.1. Sebességi háromszögek



4.13. ábra



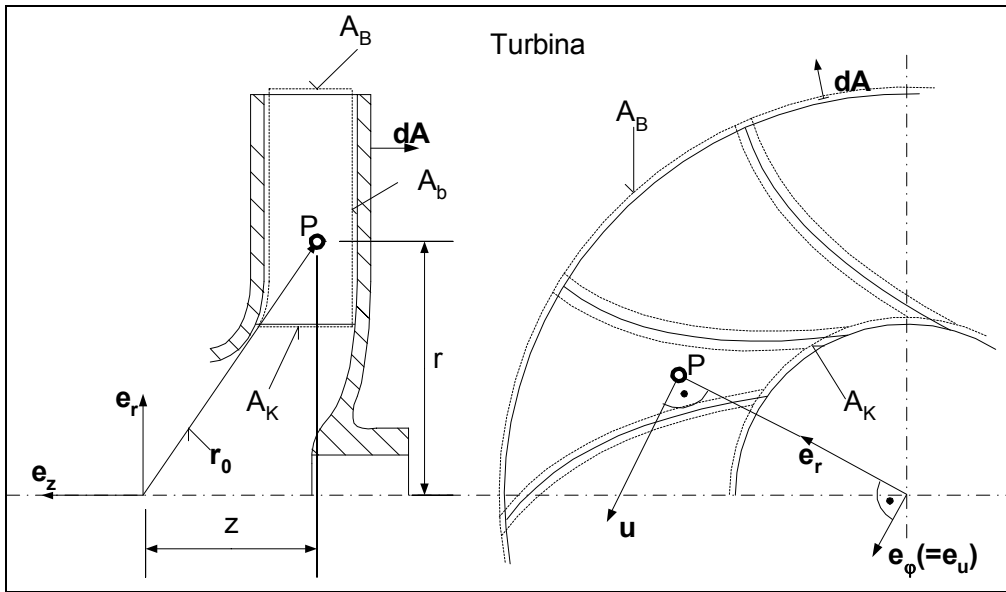
4.14. ábra



4.15. ábra



### 4.3.2. Az Euler turbina egyenlet



4.16. ábra

Járókeréklapátok közti folyadékot körülvevő felület:  $A = A_K + A_B + A_b$ .

Az impulzus nyomatéki tétel az  $A$  felülettel körülzárt folyadékra:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \int_V (\vec{r} \times \rho \cdot \vec{c}) \cdot dV}_{\text{az impulzusnyomaték időbeli megváltozása}} = \underbrace{\int_V (\vec{r} \times \vec{f}) \cdot \rho \cdot dV - \int_A p \cdot (\vec{r} \times d\vec{A})}_{=\vec{M} : \text{a külső erők nyomatéka}}. \quad (4.82)$$

A totális (szubsztanciális) derivált felbontása:

$$\underbrace{\int_V \vec{r} \times \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot \vec{c}) \cdot dV}_{\text{lokális megváltozás}=0} + \underbrace{\int_A (\vec{r} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A})}_{\text{konvektív megváltozás}} = \vec{M}. \quad (4.83)$$

A lokális megváltozás (4.83)-ban azért nulla, mert a felvett ellenőrző felület mentén az átlagsebességgel számolunk és azok az időben állandók  $\left(\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0\right)$ .

A folyadékra ható  $M$  nyomaték tehát:

$$\vec{M} = \int_A (\vec{r}_0 \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A}). \quad (4.84)$$

Ezzel a nyomatékkal tart egyensúlyt a külső mechanikai nyomaték. Az  $\vec{M}$  nyomaték  $z$  irányú komponense :

$$M_z = \vec{M} \cdot \vec{e}_z = \int_A \vec{e}_z \cdot (\vec{r}_0 \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A}), \quad (4.85)$$

ahol:

$$\vec{e}_z \cdot (\vec{r}_0 \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{e}_z \times \vec{r}_0) = \vec{c} \cdot \left[ \vec{e}_z \times \underbrace{(z \cdot \vec{e}_z + r \cdot \vec{e}_r)}_{\vec{r}_0} \right] = \vec{c} \cdot r \cdot \underbrace{(\vec{e}_z \times \vec{e}_r)}_{\vec{e}_u} = r \cdot \underbrace{\vec{c} \cdot \vec{e}_u}_{c_u} = r \cdot c_u. \quad (4.86)$$

A nyomaték tehát:

$$M_z = \int_{(A)} \rho \cdot r \cdot c_u \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A}). \quad (4.87)$$

Mivel

$$(A_b): \quad \vec{c} \perp d\vec{A} \Rightarrow \vec{c} \cdot d\vec{A} = 0, \quad (4.88)$$

az ellenőrző felületen átáramló folyadékmennyiség, azaz a tömegáram

$$\dot{m} = - \int_{(A_B)} \rho \cdot \vec{c} \cdot d\vec{A} = \int_{(A_K)} \rho \cdot \vec{c} \cdot d\vec{A}. \quad (4.89)$$

Átlagperdületek:

$$(A_B): \quad r_1 \cdot c_{1u} = - \frac{1}{\dot{m}} \cdot \int_{(A_B)} \rho \cdot r \cdot c_u \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A}), \quad (4.90)$$

$$(A_K): \quad r_2 \cdot c_{2u} = \frac{1}{\dot{m}} \cdot \int_{(A_K)} \rho \cdot r \cdot c_u \cdot (\vec{c} \cdot d\vec{A}). \quad (4.91)$$

(4.87), (4.89), (4.90), (4.91) kifejezések alapján:

- ◆ A folyadékra ható nyomaték:

$$M_z = \dot{m} \cdot (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u}) \quad (4.92)$$

- ◆ A járókerék tengelyére ható nyomaték:

$$M = -M_z = \dot{m} (r_1 \cdot c_{1u} - r_2 \cdot c_{2u}) \quad (4.93)$$

- ◆ A folyadék által a tengelyre átadott teljesítmény:

$$P = M \cdot \omega = \dot{m} \cdot \omega \cdot (r_1 \cdot c_{1u} - r_2 \cdot c_{2u}) = \dot{m} \cdot (u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u}) \quad (4.94)$$

- ◆  $P$  megegyezik az ideális közeg időegység alatti energiaváltozásával:

$$P = \dot{m} \cdot Y_e \quad (4.95)$$

- ◆ (4.94) és (4.95) egyenletekből adódik az Euler turbina egyenlet:

$$\overline{Y_e = u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u}} \quad (4.96)$$

$$\overline{H_e = \frac{1}{g} \cdot (u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u})} \quad (4.97)$$

◆ Valós közeg:

$$Y = \frac{Y_e}{\eta_h} = \frac{1}{\eta_h} \cdot (u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u}) . \quad (4.98)$$

◆ Munkagépre (szivattyúra):

$$\boxed{Y_e = u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u}} , \quad (4.99)$$

$$Y = \eta_h \cdot Y_e = \eta_h \cdot (u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u}) . \quad (4.100)$$

Megjegyzés: A fajlagos energianövekmény nem függ a szállított közeg sűrűségétől:

$$Y \neq Y(\rho) !!!$$

Az  $Y_e$  fajlagos energiaváltozás tehát a járókeréken történő energiaváltozás, amely az erő- és munkagépek belső energiadiagramja szerint (4.11. és 4.12. ábrák) a járókeréken létrejövő energiaváltozás a járókeréken létrejövő veszteséget is figyelembe véve (azaz = a veszteségmentes járókeréken történő energiaváltozással). Jelölje a járókerék belépőélén (B) a jellemzőket az 1. a kilépőn (K) pedig a 2. index:

MG:

$$Y_e = g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + Y'_L \quad (4.101)$$

EG:

$$Y_e = g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{\rho} - Y'_L \quad (4.102)$$

Vízszintes tengelyű gépnél az átlagos  $z_2$  érték azonos a  $z_1$ -el. Függőleges tengelyű gépnél eltérhet tőle, de az esetek döntő többségében a  $\Delta z$  érték sokkal kisebb, mint az összefüggésben szereplő többi érték, így jó közelítéssel elhanyagolható:

MG:

$$Y_e \cong \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + Y'_L \quad (4.103)$$

EG:

$$Y_e \cong \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{\rho} - Y'_L \quad (4.104)$$

Adott  $c_1$  belépő sebesség esetén a  $\vec{c}_2 = \vec{c}_{2m} + \vec{c}_{2u}$  kilépő sebesség is adott, hisz  $c_{2u}$ -t a geometriai ( $w_{2u}$ -n keresztül lapátkongruens áramlást feltételezve),  $c_{2m}$ -et pedig a kontinuitás egyértelműen meghatározza.. Így  $Y'_L$  nyomásvesztésként jelentkezik, azaz

$$Y'_L = \frac{\Delta p'}{\rho} \quad (4.105)$$

írható. Ekkor (4.103) és (4.104) jobb oldalának második fele az alábbiak szerint alakul, azaz a járókeréken a nyomáspotenciál teljes megváltozása:

MG:

$$Y_p = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{\Delta p'}{\rho} = \frac{p_{2e} - p_1}{\rho}, \quad (4.106)$$

EG:

$$Y_p = \frac{p_1 - p_2}{\rho} - \frac{\Delta p'}{\rho} = \frac{p_1 - p_{2e}}{\rho}, \quad (4.107)$$

ahol a  $p_{2e}$  az elméleti kilépő nyomás:

$$p_{2e} = p_2 + \Delta p'. \quad (4.108)$$

$p_{2e}$  felfogható úgy mint a súrlódásmentes esethez tartozó nyomás a járókerék kilépő élén. A sebességi energia változását a járókeréken jelölje  $Y_c$ , azaz

MG:

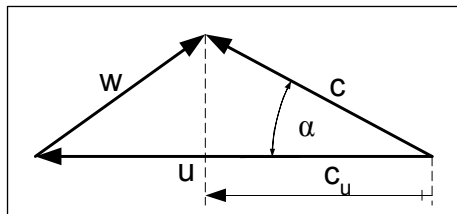
$$Y_c = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (4.109)$$

EG:

$$Y_c = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}. \quad (4.110)$$

Így a járókeréken a teljes energiaváltozás a nyomáspotenciál – és a sebességi energia megváltozásának összege:

$$\boxed{Y_e = Y_c + Y_p} \quad (4.111)$$



4.17. ábra

Cosinus tétel:

$$w^2 = c^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot \underbrace{c \cdot \cos \alpha}_{c_u} = c^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c_u, \quad (4.112)$$

$$u \cdot c_u = \frac{c^2}{2} + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2}. \quad (4.113)$$

A (4.113) kifejezést felhasználva az Euler turbina egyenletet (4.99) és (4.96) kifejezése helyett írható:

MG:

$$Y_e = \underbrace{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2}}_{Y_c} + \underbrace{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}_{Y_p}, \quad (4.114)$$

EG:

$$Y_e = \underbrace{\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}}_{Y_c} + \underbrace{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}}_{Y_p}. \quad (4.115)$$

(4.114) és (4.115) kifejezések és (4.109), (4.110) és (4.111) összevetéséből a nyomáspotenciál változására adódik:

MG:

$$Y_p = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}, \quad (4.116)$$

EG

$$Y_p = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}. \quad (4.117)$$

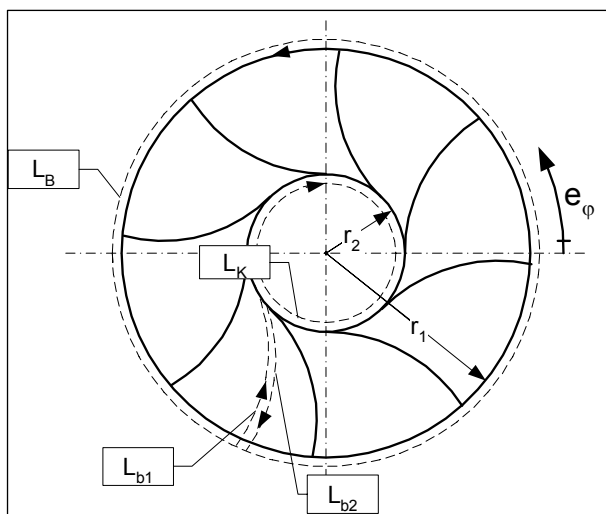
Definíció: EMG reakciófoka:

$$r = \frac{Y_p}{Y} \quad (4.118)$$

$Y_p = 0, \quad r = 0 \Rightarrow$  akciós gép

$Y_p \neq 0, \quad r \neq 0 \Rightarrow$  reakciós gép

### 4.3.3. Járókerék és lapátcirkuláció



4.18. ábra

Cirkuláció definíciója:

$$\Gamma = \oint_{(L)} \vec{c} \cdot d\vec{s} \quad (4.119)$$

$$\Gamma_B = \oint_{(L_B)} \vec{c} \cdot d\vec{s} \stackrel{(c_{1u} \text{ átlagérték, kiemelhető})}{=} r_1 \cdot \overbrace{c_{1u}} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot c_{1u}$$

$$\left[ \begin{array}{l} d\vec{s} = r \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_\varphi \\ \vec{c} \cdot \vec{e}_\varphi = c_u \end{array} \right]$$

(4.120)

$$\Gamma_K = \oint_{(L_K)} \vec{c} \cdot d\vec{s} = -r_2 \cdot c_{2u} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = -2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot c_{2u} \quad (4.121)$$

$$\left[ \begin{array}{l} d\vec{s} = -r \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_\varphi \\ \vec{c} \cdot \vec{e}_\varphi = c_u \end{array} \right]$$

$$\Gamma_{b1} = -\Gamma_{b2} \rightarrow \Gamma_{b12} \equiv 0$$

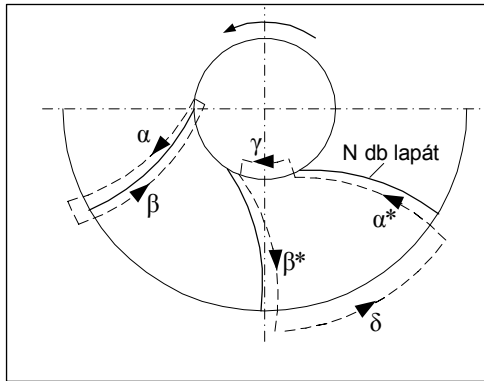
$$\Gamma_{kerék} = \oint_{(L_B+L_K+L_b)} \vec{c} \cdot d\vec{s} = \Gamma_B + \Gamma_K + \underbrace{\Gamma_{b12}}_{=0} = 2 \cdot \pi \cdot (r_1 \cdot c_{1u} - r_2 \cdot c_{2u}) \quad (4.122)$$

◆ Kerékcirkuláció

○ erőgépre (turbina)  $\Gamma_k = 2 \cdot \pi \cdot (r_1 \cdot c_{1u} - r_2 \cdot c_{2u})$  (4.123)

○ munkagépre (szivattyú)  $\Gamma_k = 2 \cdot \pi \cdot (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u})$  (4.124)

◆ Lapátcirkuláció:



$$\Gamma_\ell = \oint_{(\alpha+\beta)} \vec{c} \cdot d\vec{s} \quad (4.125)$$

Súrlódásmentes közeg áramlásakor Helmholtz II. örvénytétele értelmében az abszolút sebességtér örvénymentes, azaz zárt görbére vett vonalintegrálja zérus:

$$\Gamma_{\alpha^*+\gamma+\beta^*+\delta} = \oint_{(\alpha^*+\gamma+\beta^*+\delta)} \vec{c} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (4.126)$$

4.19. ábra

$$\Gamma_{\alpha^*\gamma\beta^*\delta} = \underbrace{\Gamma_{\alpha^*\beta^*}}_{=-\Gamma_{\alpha\beta}=-\Gamma_\ell} + \Gamma_\delta + \Gamma_\gamma = -\Gamma_\ell + \underbrace{\frac{\Gamma_B}{N} + \frac{\Gamma_K}{N}}_{\Gamma_k/N} = -\Gamma_\ell + \frac{\Gamma_k}{N} \equiv 0$$

$$\Gamma_k = N \cdot \Gamma_\ell, \quad (4.127)$$

$$\Gamma_\ell = \frac{\Gamma_k}{N}. \quad (4.128)$$

A fajlagos energia és cirkuláció kapcsolata:

$$Y_e = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot \Gamma_k = \frac{N \cdot \omega}{2 \cdot \pi} \cdot \Gamma_\ell, \quad (4.129)$$

$$H_e = \frac{N \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot g} \cdot \Gamma_\ell. \quad (4.130)$$

### 4.3.4. Abszolút és relatív áramkép a járókerékben

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u} ,$$

ahol

$$\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}_0 \stackrel{4.16. \text{ ábra}}{\downarrow} = \omega \cdot \vec{e}_z \times (z \cdot \vec{e}_z + r \cdot \vec{e}_r) = \omega \cdot r \cdot \underbrace{(\vec{e}_z \times r \vec{e}_r)}_{=\vec{e}_\phi = (\vec{e}_u)} = r \cdot \omega \cdot \vec{e}_u . \quad (4.131)$$

Súrlódás mentes áramlás: Érvényes Helmholtz I. és II. örvénytétele.

Amelyben nyugvó térből például tartályból (ahol  $\vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \text{rot} \vec{c} = \vec{0}$ ) érkezik a folyadék, akkor Helmholtz I., II. szerint a gépben is:

$$\text{rot} \vec{c} = \vec{0} \quad (4.132)$$

⇒ Az abszolút áramlás tehát örvénymenetes azaz potenciálos ( $\vec{c} = \text{grad} \Phi$ )

⇒ A relatív áramlás viszont örvényes, mert

$$\text{rot} \vec{w} = -2 \cdot \vec{\omega} \neq \vec{0} . \quad (4.133)$$

Ennek igazolása:

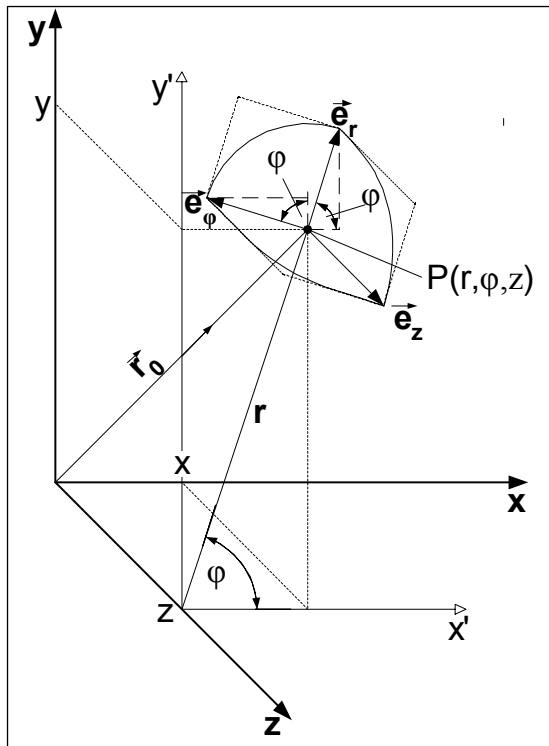
$$\text{rot} \vec{w} = \text{rot} (\vec{c} - \vec{u}) \stackrel{(4.132)}{\downarrow} = -\text{rot} \vec{u} = -\nabla \times \vec{u} \quad (4.134)$$

A nábla vektor ( $\nabla$ ) hengerkoordináta rendszerben:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \vec{e}_\phi + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{e}_z \quad (4.135)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{e}_r &= \cos \phi \cdot \vec{i} + \sin \phi \cdot \vec{j} \\ \vec{e}_\phi &= -\sin \phi \cdot \vec{i} + \cos \phi \cdot \vec{j} \end{aligned} \right\} \quad (4.136)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \phi} &= -\sin \phi \cdot \vec{i} + \cos \phi \cdot \vec{j} = \vec{e}_\phi \\ \frac{\partial \vec{e}_\phi}{\partial \phi} &= -\cos \phi \cdot \vec{i} - \sin \phi \cdot \vec{j} = -\vec{e}_r \end{aligned} \right\} \quad (4.137)$$



4.20. ábra

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\text{rot} \vec{u}}} &= \nabla \times \vec{u} = \left( \frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \vec{e}_\phi + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{e}_z \right) \times (r \cdot \omega \cdot \vec{e}_\phi) = \\ &= \underbrace{\frac{\partial(r \cdot \omega)}{\partial r}}_{\omega} \cdot \underbrace{(\vec{e}_r \times \vec{e}_\phi)}_{\vec{e}_z} + \underbrace{\frac{1}{r} \cdot r \cdot \omega}_{\omega} \cdot \underbrace{\vec{e}_\phi \times \frac{\partial \vec{e}_\phi}{\partial \phi}}_{-\vec{e}_r} = 2 \cdot \omega \cdot \vec{e}_z = \underline{\underline{2 \cdot \vec{\omega}}} \end{aligned} \quad (4.138)$$

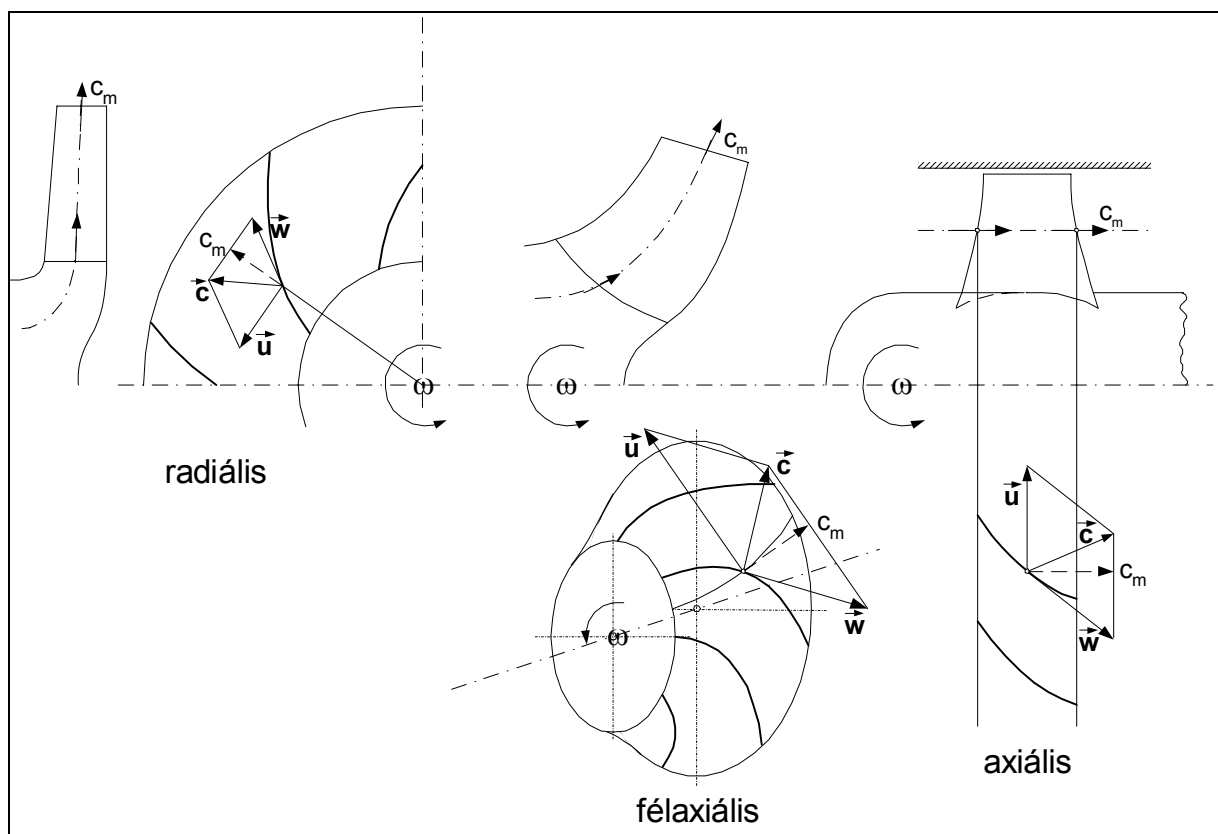
⇒ Turbógépben a relatív áramlás stacionárius, mivel az állandó szögsebességgel forgó koordináta rendszerben a sebesség független az időtől.

⇒ Turbógépben az abszolút áramlás instacionárius, az álló koordinátarendszer egy pontjában minden időpillanatban más a sebesség.

#### 4.3.5. A perdületapadás

A járókerék lapátok között áthaladó folyadék részecske áramvonala annál inkább eltér a lapátgörbe által megadottól (a lapátkongruenstól), minél távolabb halad a lapáttól. Ez azt eredményezi, hogy az átlagperdülettel jellemzett energia átalakulásnál (Euler turbina egyenlet) ezt figyelembe kell venni.

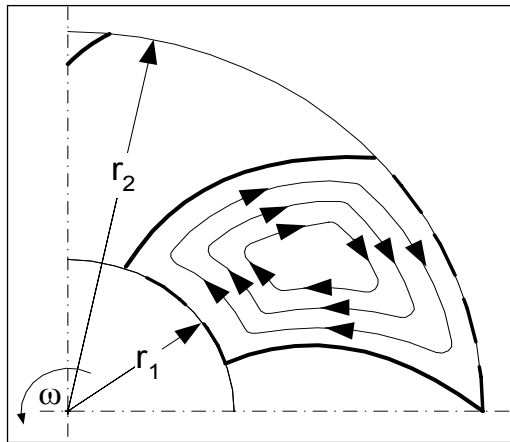
A járókerékben való folyadékáramlásnak a gép tengelyéhez viszonyított iránya szerint van radiális, félaxiális és axiális járókerék. A  $c_m$  meridián sebességgel lehet ezt jól jellemezni. Ezt szemlélteti a 4.21. ábra.



4.21. ábra



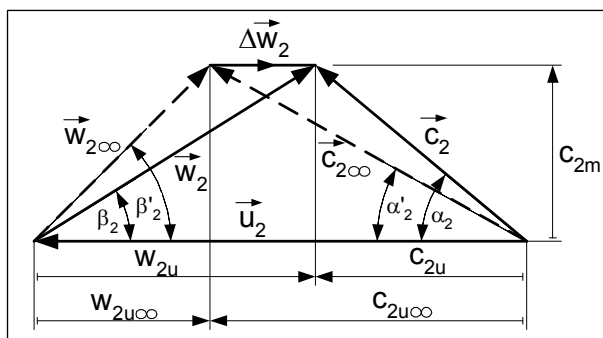
### 4.3.5.1. Perdületapadás radiális gépeknél



4.22. ábra

⇒ Jelölje végtelen index a lapátiránynak tökéletesen megfelelő áramlást (lapátkongruens áramlást).

⇒ Egy képzeletben lezárt radiális lapátsatornában (4.22. ábra)  $rot\vec{\omega} = -2 \cdot \vec{\omega}$  miatt az  $\vec{\omega}$ -val ellentétes áramlás alakul ki, amely ha a lapátsatornát kinyitjuk a  $\vec{w}_2$  kilépő relatív sebesség  $\vec{u}$  irányú komponensének növelését ( $w_{2u} > w_{2u\infty}$ ), következésképpen a sebességi háromszöget tekintve (4.23. ábra)  $c_{2u}$  csökkenését ( $c_{2u} < c_{2u\infty}$ ), azaz a kilépő perdület csökkenését (apadását) ( $r_2 \cdot c_{2u} < r_2 \cdot c_{2u\infty}$ ) okozza.

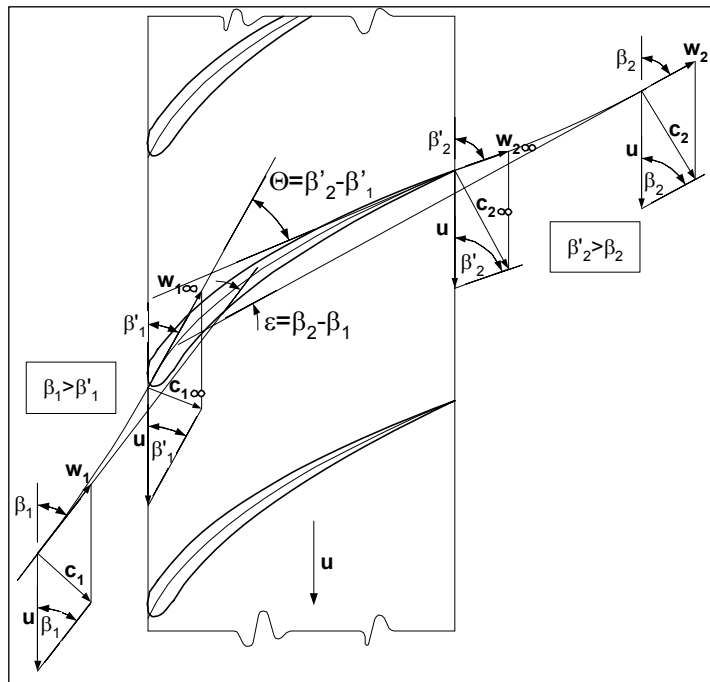


4.23. ábra

- ⇒ , és  $\infty$  : lapátkongruens áramlás  
(„végtelen” lapátszám)
- ⇩
- geometriai irányok, szögek**
- ⇒ index nélkül: véges lapátszám
- ⇩
- átlagos áramlási irányok, szögek

(A belépésnél általában perdületmentes belépésre terveznek:  $r_1 \cdot c_{1u} \cong 0!$ )

### 4.3.5.2. Perdületapadás axiális gépeknél

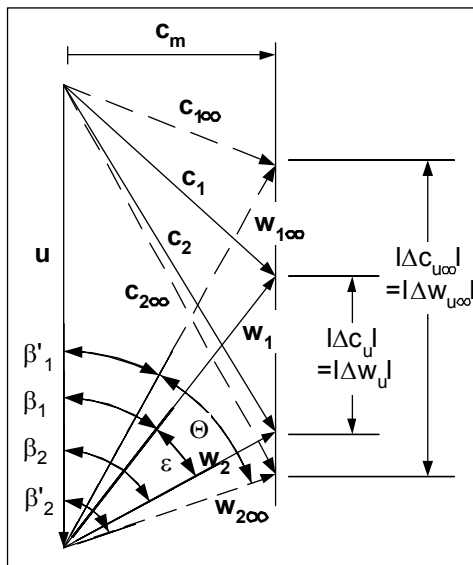


Egy axiális gép síkrácsát mutatja a 4.24. ábra. A lapátok íveltségénél kisebb mértékben tereli el a síkrács az áramlást, vagyis

$$\underbrace{\beta_2 - \beta_1}_{\varepsilon \text{ (áramlási jellemző)}} < \underbrace{\beta_2' - \beta_1'}_{\Theta \text{ (geometriai jellemző)}}$$

Az áramlás tehát nem terelődik el olyan mértékben, mint az a lapátgeometriából következne.

4.24. ábra



4.25. ábra

$$\Delta c_u < \Delta c_{u\infty}$$

$$\boxed{r \cdot \Delta c_u < r \cdot \Delta c_{u\infty}} \quad (4.139)$$

↑  
perdületapadás

Súrlódásmentes lapátkongruens áramlás esetén az elméleti fajlagos energianövekmény:

$$Y_{e\infty} = u_2 \cdot c_{2u\infty} - u_1 \cdot c_{1\infty} \quad \Big| \quad \underbrace{= u \cdot \Delta c_{u\infty}}_{\text{axiális gép}} \quad (4.140)$$

Súrlódásmentes véges lapátszámú áramlás esetén az elméleti fajlagos energianövekmény:

$$Y_e = u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u} \quad \Big| \quad \underbrace{= u \cdot \Delta c_u}_{\text{axiális gép}} \quad (4.141)$$

**Definíció: Perdületapadási tényező:**

$$\text{MG:} \quad \boxed{\lambda = \frac{Y_e}{Y_{e\infty}} < 1} \quad (4.142)$$

$$\text{EG:} \quad \boxed{\lambda = \frac{Y_{e\infty}}{Y_e} < 1} \quad (4.143)$$

### 4.3.6. A reakciófok

A reakciófok  $\left\{ \begin{array}{l} a \text{ gép használata} \\ a \text{ gép kialakítása} \end{array} \right\}$  szempontjából fontos.

$$\Rightarrow r = \frac{Y_p}{Y} - \text{valóságos folyadék esetén}$$

$$\Rightarrow r_e = \frac{Y_{pe}}{Y_e} - \text{ideális folyadék } (\eta_h = 1) \text{ esetén}$$

$$\Rightarrow r_{e\infty} = \frac{Y_{pe\infty}}{Y_{e\infty}} - \text{lapátkongruens áramlás } (\eta_h = 1, \lambda = 1) \text{ esetén}$$

**Ideális folyadéokra**, ha a helyzeti energia változásától eltekintünk:

(4.111) felhasználásával:

$$Y_e = Y_{ce} + Y_{pe} \quad (4.144)$$

Erőgépre

$$Y_{ce} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

$$Y_{pe} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} =$$

$$= h_1 - h_{2s} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]$$

Munkagépre

$$Y_{ce} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (4.145)$$

$$Y_{pe} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} =$$

$$= h_{2s} - h_1 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \cdot \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \quad (4.146)$$

Ideális folyadék esetén munkagépre a reakciófok:

*perdületmentes belépés* :  $c_{1u} = 0$

$$r_e = \frac{Y_{pe}}{Y_e} = \frac{Y_e - Y_{ce}}{Y_e} = 1 - \frac{Y_{ce}}{Y_e} = 1 - \frac{c_{2u}^2 + c_{2m}^2 - c_{1u}^2 - c_{1m}^2}{2 \cdot (u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u})} \approx 1 - \frac{c_{2u}}{2 \cdot u_2} \quad (4.147)$$

$\underbrace{c_{1m} \approx c_{2m}}$

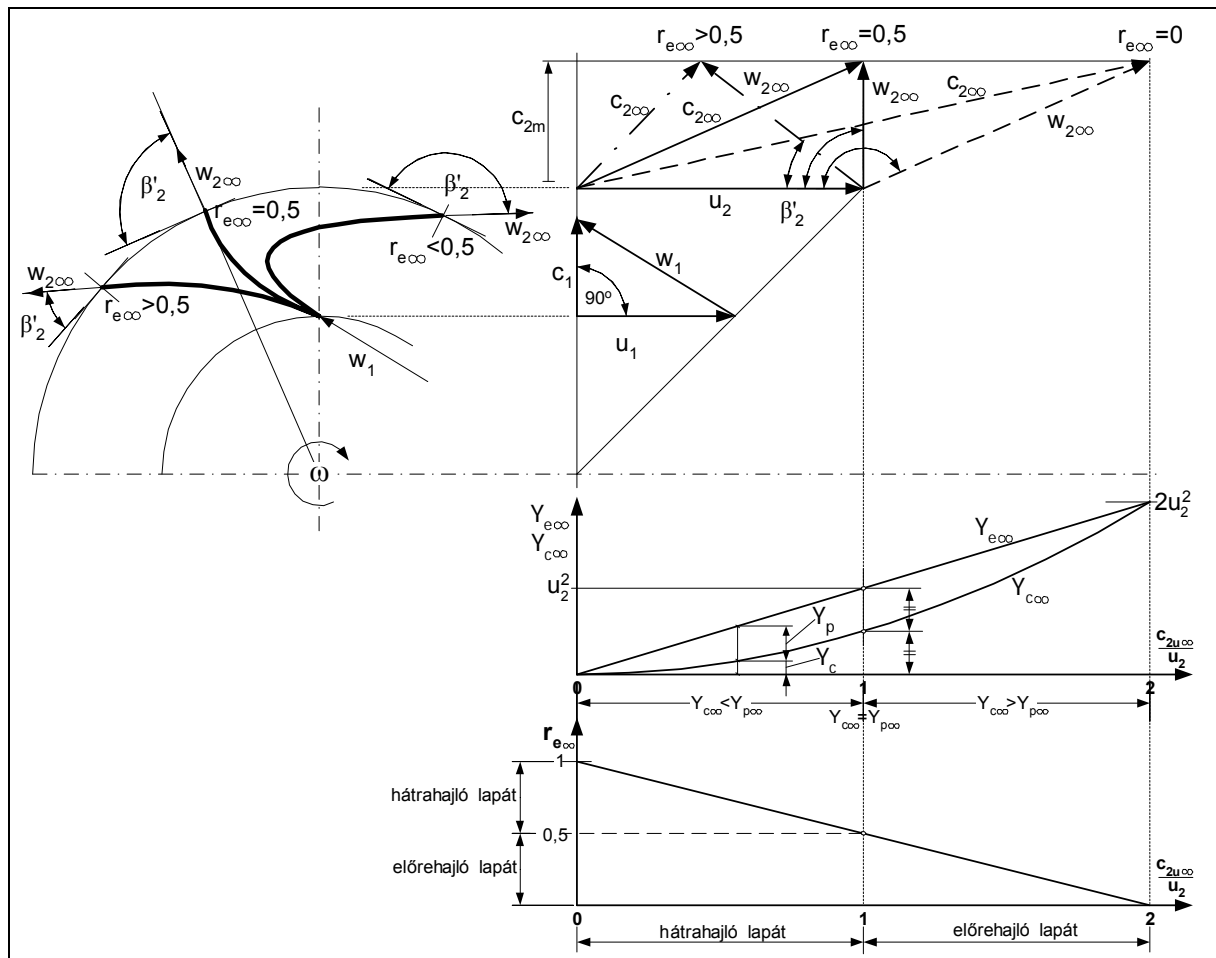
Ideális folyadék lapátkongruens áramlására:

$$\boxed{r_{e\infty} \cong 1 - \frac{c_{2u\infty}}{2 \cdot u_2}} \quad (4.148)$$

Vizsgáljuk tovább az alábbi esetet:

$$\left. \begin{array}{l} \text{lapátkongruens áramlás} \\ c_{1m} \approx c_{2m} \\ c_{1u\infty} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} Y_{e\infty} = u_2 \cdot c_{2u\infty} = u_2^2 \cdot \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right) \quad (4.149) \\ Y_{c\infty} = c_{2u\infty}^2 = \frac{u_2^2}{2} \cdot \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right)^2 \quad (4.150) \\ r_{e\infty} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right) \quad (4.151) \end{array}$$

Vizsgáljunk radiális szivattyút (4.26. ábra), legyen a belépés fix és perdületmentes, az  $\omega$  és így  $u_2$  is változatlan, de  $r$ -et (vagyis  $c_{2u\infty}$ -t) változtassuk.



4.26. ábra

$r > 0,5$ -öt, azaz hátrahajló lapátot alkalmaznak, mert ekkor  $Y_p > Y_c$ , így nem lesz nagy hidraulikai veszteség a csigaházban és a nyomóvezetékben  $\Rightarrow$  jó hatásfok=hátrahajló lapátot.

$$(4.151) \Rightarrow \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right) \uparrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right) = 2 ; r = 0 \Rightarrow \left( \frac{c_{2u\infty}}{u_2} \right) = 0 \div 2$$

**4.3.7. Nyomáseloszlás a járókerék lapátjain**

Bernoulli egyenlet:

$$\frac{v^2}{2} + P + U = \text{const.} \quad (4.152)$$

Forgó rendszerben a sebesség a relatív sebesség:

$$v = w$$

és a nehézségi erőtér mellett a centrifugális erőtér is fellép, azaz:

$$U = g \cdot z - \frac{r^2 \cdot \omega^2}{2} = g \cdot z - \frac{u^2}{2} . \quad (4.153)$$

Mindezt felhasználva  $\rho = \text{const.}$  esetén a Bernoulli egyenlet:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z - \frac{u^2}{2} = k = \text{const.} \quad (4.154)$$

A helyzeti energia változása a járókerékben általában elhanyagolható, azaz  $\Delta(g \cdot z) \approx 0$ . A belépő folyadékállapotot peremfeltételként felfogva kapjuk, hogy:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{u^2}{2} = k = \frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - \frac{u_1^2}{2} \quad ; \quad / \cdot \rho \quad (4.155)$$

$$p + \frac{\rho}{2} \cdot (w^2 - u^2) = k_p = p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot (w_1^2 - u^2) . \quad (4.156)$$

A nyomáseloszlás (és a sebességeloszlás kapcsolata) tehát a járókerék lapátjai mentén:

$$\boxed{p = k_p + \frac{\rho}{2} \cdot u^2 - \frac{\rho}{2} \cdot w^2} . \quad (4.157)$$

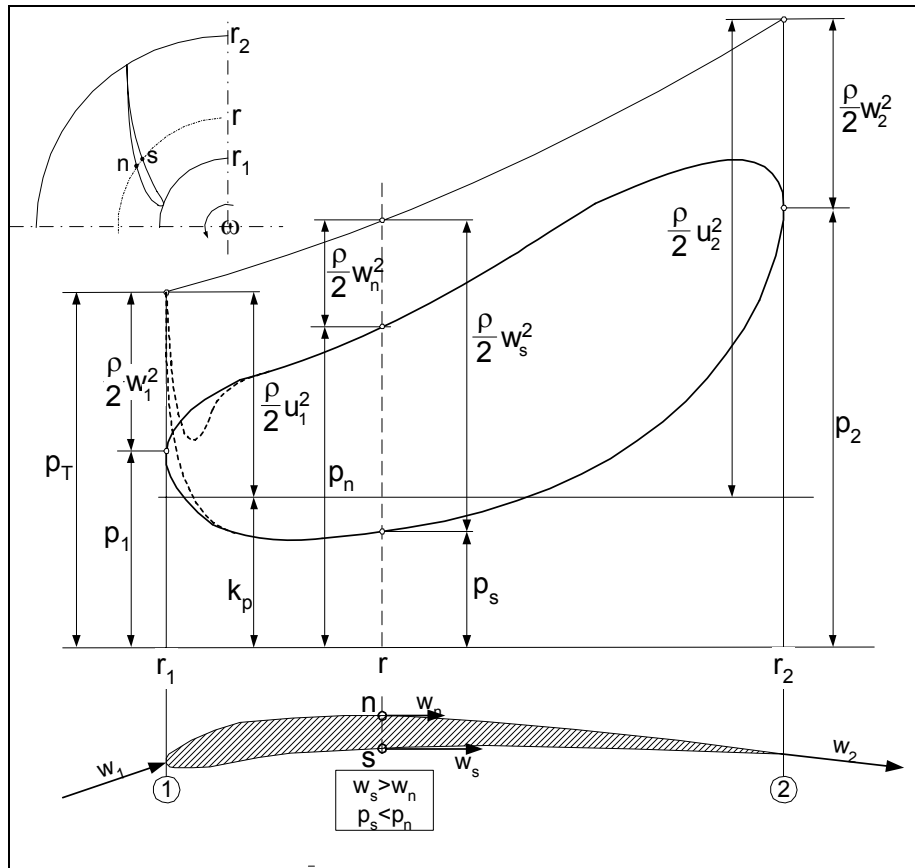
A járókerék orrpontjában torlónyomás alakul ki, amelynek értéke:

$$p_T = p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot w_1^2 .$$

A járókerékben a nyomáseloszlást a 4.27. ábra mutatja.

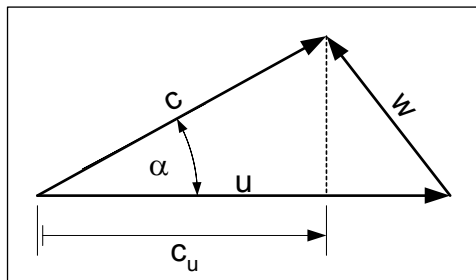
A nyomáseloszlást nehéz mind elméleti mind kísérleti úton meghatározni.

- Kísérleti módszer lehet a furatokkal ellátott lapát (Braunschweig, Prof. Kozina)
- Elméleti módszer lehet pl. a hidrodinamikai szingularitások módszere (Miskolc, Prof. Czibere)



4.27. ábra

A (4.154) forgó rendszerbeli egyenlet az abszolút sebességgel is felírható a 4.28. ábrán látható sebességi háromszögre felírható cosinus tétel felhasználásával:



$$w^2 = c^2 + u^2 - 2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha, \quad (4.158)$$

$$u \cdot c_u = \frac{c^2 + u^2 - w^2}{2} \Rightarrow \frac{w^2 - u^2}{2} = \frac{c^2}{2} - u \cdot c_u. \quad (4.159)$$

4.28. ábra

(4.154):

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} \stackrel{(4.159)}{=} g \cdot z + \underbrace{\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2}}_e - u \cdot c_u = const. \quad (4.160)$$

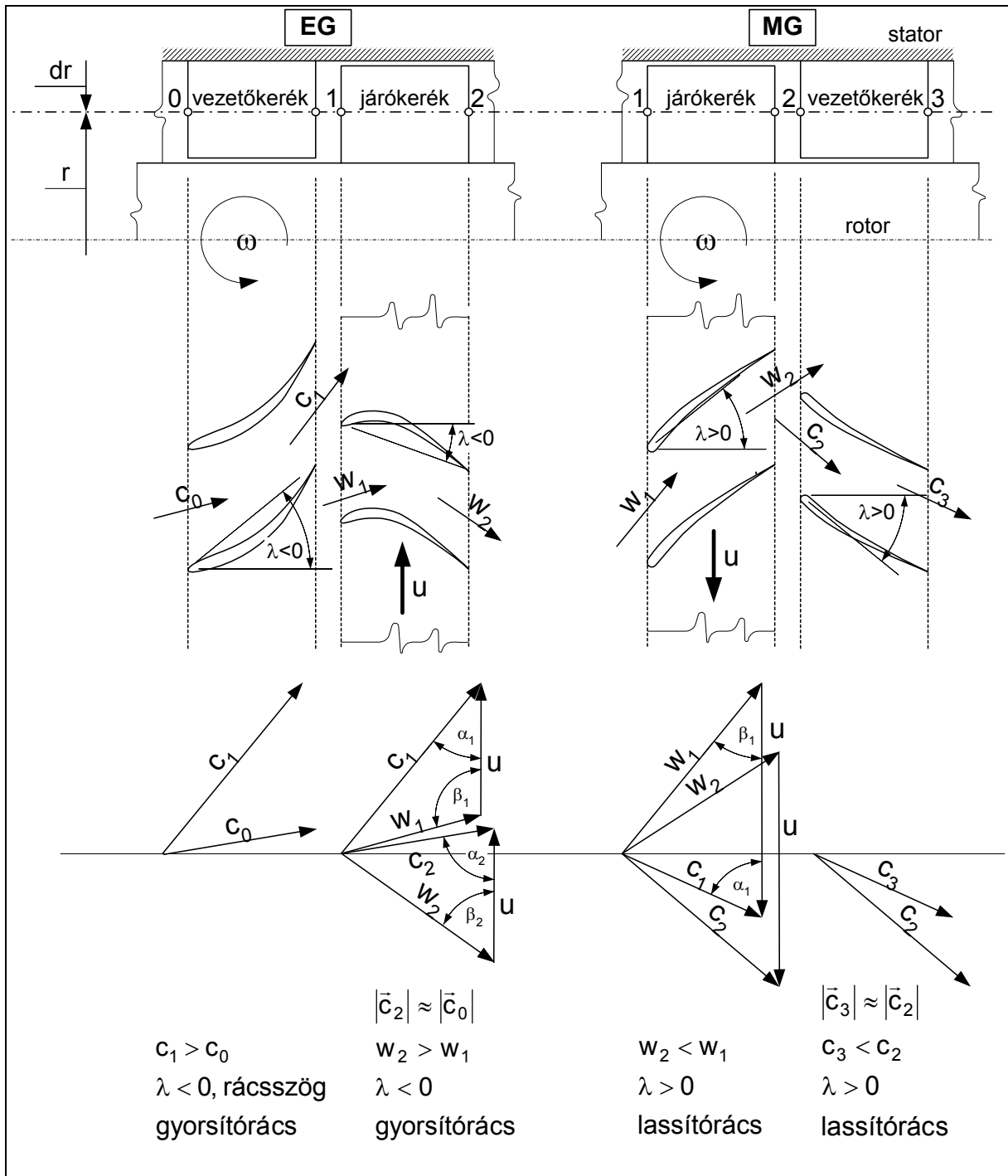
$$e = const. + u \cdot c_u \quad (4.161)$$

$$Y_e = e_2 - e_1 = u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u} \quad (4.162)$$

Az Euler turbina egyenlet gyors levezetésére jutottunk.

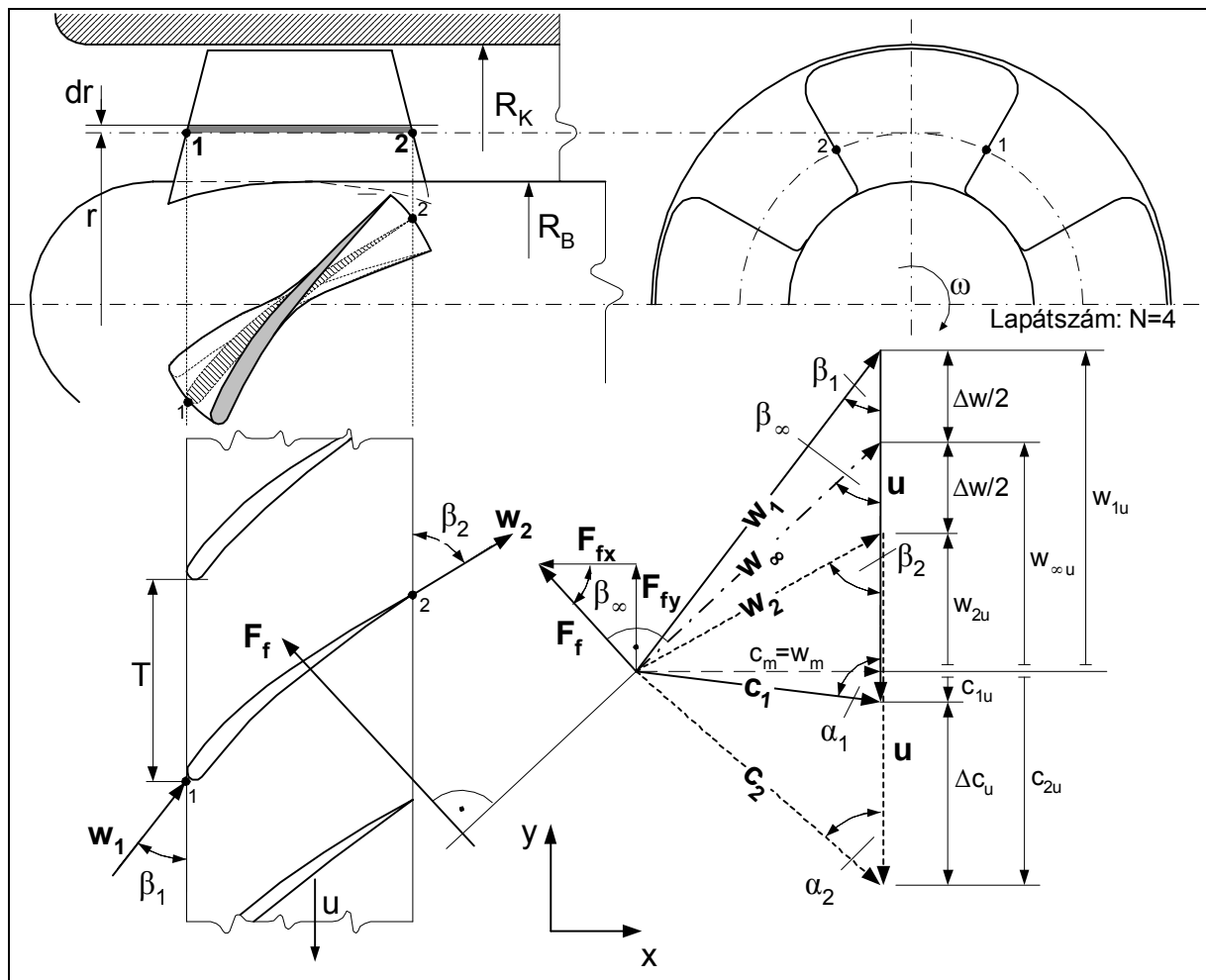
### 4.3.8. Axiális gépek síkrácsai

Egy  $r$  sugárhoz tartozó  $dr$  „vastagságú” **hengermetszeten** vizsgálódunk, mint azt a 4.27. ábra mutatja.



4.29. ábra

Tekintsünk egy axiálszivattyú járókerékét és annak egy  $dr$  „vastagságú” hengermetszetét a 4.30. ábra szerint.



4.30. ábra

A hengermetszeten:

- Lapátosztás:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{N} \quad (4.163)$$

- Elterelés, amely általában az  $r$  sugár függvénye:

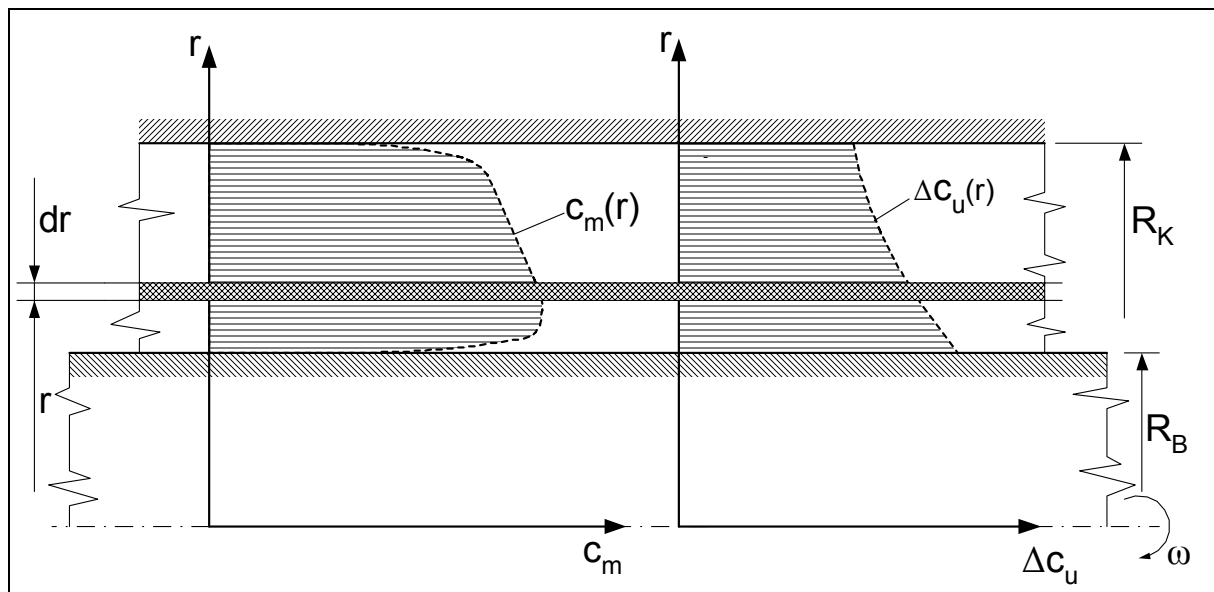
$$\Delta w = \Delta c_u = c_{2u} - c_{1u}, \quad \Delta w = \Delta w(r). \quad (4.164)$$

- Lapátcirculáció:

$$\Gamma_\ell = \frac{2 \cdot \pi}{N} \cdot (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u}) = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{N} \cdot (c_{2u} - c_{1u}) = T \cdot \Delta w \quad (4.165)$$

$\uparrow$   
 (4.128), (4.123)





4.31. ábra

- Fajlagos energianövekmény (Euler turbina egyenlet):

$$Y_e \stackrel{(4.99)}{=} u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u} = u \cdot (c_{2u} - c_{1u}) = u \cdot \Delta c_u = u \cdot \Delta w \quad (4.166)$$

- Zsukovszkij féle felhajtóerő (lásd áramlástant) egy lapátra:

$$\vec{F}_{fl} = \rho \cdot \Gamma_\ell \cdot (\vec{k} \times \vec{w}_\infty) \quad (4.167)$$

$$F_{fl} = \rho \cdot \Gamma_\ell \cdot w_\infty = \rho \cdot w_\infty \cdot T \cdot \Delta w \quad (4.168)$$

- Az átlagos relatív sebesség (egyedülálló profil esetén a megfűvási sebesség):

$$\vec{w}_\infty = \frac{1}{2} \cdot (\vec{w}_1 + \vec{w}_2) \quad (4.169)$$

- A meridiánsebesség:

- a lapátprofil változó szűkítésétől eltekintve

$$c_{1m} = c_{2m} ;$$

- általában a sugár függvénye (lásd 4.31. ábrát):

$$c_m(r) ;$$

- amikor nem függ r-től:

$$c_m = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{(R_K^2 - R_B^2) \cdot \pi} = \frac{4 \cdot Q}{(D_K^2 - D_B^2) \cdot \pi} \quad (4.170)$$

- Térfogatáram:

$$dQ = c_m(r) \cdot dA = c_m(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \quad (4.171)$$

**A teljes szivattyú jellemzői:**

- Térfogatáram:

$$Q = \int_{R_B}^{R_K} c_m(r) \cdot dA = 2 \cdot \pi \cdot \int_{R_B}^{R_K} r \cdot c_m(r) \cdot dr \quad (4.172)$$

$$(\text{ha } c_m = \text{áll.} : Q = (R_K^2 - R_B^2) \cdot \pi \cdot c_m)$$

- Fajlagos energia növekmény:

- Elemi teljesítmény a  $dr$  vastagságú hengermetszetben:

$$\begin{aligned} dP_e &= Y_e \cdot d\dot{m} = \overbrace{Y_e(r)}^{(4.166)} \cdot \rho \cdot \overbrace{dQ}^{(4.171)} = \overbrace{u}^{r \cdot \omega} \cdot \Delta c_u(r) \cdot \rho \cdot c_m(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = \\ &= 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \rho \cdot \Delta c_u(r) \cdot c_m(r) \cdot r^2 \cdot dr \end{aligned} \quad (4.173)$$

- A teljes gép teljesítménye (elméleti)

$$P_e = \dot{m} \cdot \bar{Y}_e = \rho \cdot Q \cdot \bar{Y}_e = 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \rho \cdot \int_{R_B}^{R_K} \Delta c_u(r) \cdot c_m(r) \cdot r^2 \cdot dr. \quad (4.174)$$

- A gép (átlagos) teljes fajlagos energianövekménye:

$$\bar{Y}_e = \frac{P_e}{\rho \cdot Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot \int_{R_B}^{R_K} c_m(r) \cdot r \cdot dr} \cdot \int_{R_B}^{R_K} \Delta c_u(r) \cdot c_m(r) \cdot r^2 \cdot dr. \quad (4.175)$$

$$(\text{Amikor } c_m \neq c_m(r), \text{ akkor } \bar{Y}_e = \left( \frac{2 \cdot \omega}{R_K^2 - R_B^2} \right) \cdot \int_{R_B}^{R_K} \Delta c_u(r) \cdot r^2 \cdot dr.)$$

A  $\Delta c_u(r)$  eloszlást a 4.31. ábrán láthatjuk.

#### 4.4. Hasonlósági törvények, fajlagos jellemzők

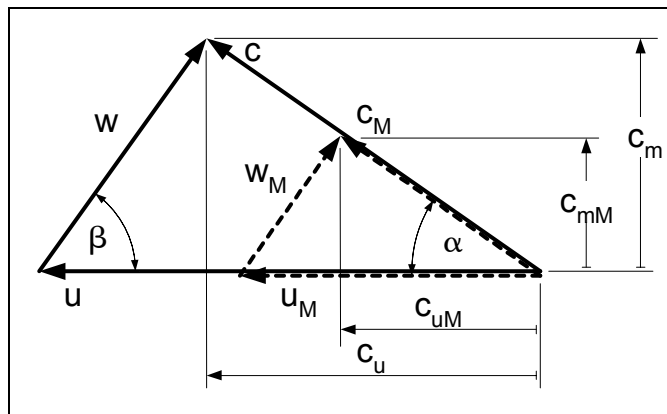
##### 4.4.1. Hasonlósági törvények

A hasonlósági törvények keresésének célja, hogy választ keressünk az alábbi kérdésekre:

- Nagy gépeknél a kísérlet kismintán történik. Mi a kapcsolat a kisminta és az eredeti gép üzemi jellemzői között?
- Gépsorozat geometriailag hasonló tagjainak üzemi jellemzői között mi a kapcsolat?

##### A hasonlóság:

- **Geometriai hasonlóság:** hosszméretek egy konstans szorzóban térnek el, a geometriai szögek azonosak.
- **Dinamikai hasonlóság:** az áramlás hasonló, azaz a sebességek csak egy konstans szorzóban térnek el, az áramlási szögek azonosak  $\Leftrightarrow$  sebességi háromszögek hasonlóak (4.33. ábra).



4.32. ábra

A sebességi háromszögben  $u = r \cdot \omega$ , ebből következően a következő arányosságok állnak:

$$\begin{cases} c_u \sim r \cdot \omega \\ c_m \sim r \cdot \omega \end{cases} \quad (4.176)$$

Üzemi jellemzők:  $\dot{m}$ ,  $Y$ ,  $P$ ,  $\eta$ , ezek az alábbiaktól függnek:

$$f(D, \omega, \rho, \nu) \Rightarrow \begin{cases} f(Re) \\ f(Re, M), \text{ kalorikus gép esetén,} \end{cases}$$

ahol  $M = v/a$  a Mach-szám, s  $a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$  a hangsebesség.

Erőgépre:

- Fajlagos energianövekmény (lásd belső energia diagrammot)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{nagy gép: } Y_e &= Y \cdot \eta_h \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{Euler t.e.}}}{=} u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u} \stackrel{\substack{\uparrow \\ (4.176)}}{=} C_1 \cdot (D \cdot \omega)^2 \\ \Rightarrow \text{kis minta: } Y_{eM} &= Y_M \cdot \eta_{hM} = u_{1M} \cdot c_{1uM} - u_{2M} \cdot c_{2uM} = C_{1M} \cdot (D_M \cdot \omega_M)^2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow \text{nagy gép: } Y_e &= Y \cdot \eta_h \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{Euler t.e.}}}{=} u_1 \cdot c_{1u} - u_2 \cdot c_{2u} \stackrel{\substack{\uparrow \\ (4.176)}}{=} C_1 \cdot (D \cdot \omega)^2 \\ \Rightarrow \text{kis minta: } Y_{eM} &= Y_M \cdot \eta_{hM} = u_{1M} \cdot c_{1uM} - u_{2M} \cdot c_{2uM} = C_{1M} \cdot (D_M \cdot \omega_M)^2 \end{aligned}} \right\} \text{hasonlóság : } C_1 \equiv C_{1M}$$

$$\boxed{\frac{Y_e}{Y_{eM}} = \frac{Y}{Y_M} \cdot \frac{\eta_h}{\eta_{hM}} = \frac{D^2}{D_M^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_M^2}} \quad (4.177)$$

- Tömegáramok (lásd tömegáram szalagot)

$$\begin{aligned} \dot{m}_L &= \dot{m} \cdot \eta_v = \rho_1 \cdot \overbrace{Q \cdot \eta_v}^{Q_L} = \rho_1 \cdot Q_L = \rho_1 \cdot A_1 \cdot c_{1M}; \quad \text{arányosság : } A_1 \approx D^2 \\ \Rightarrow \text{nagy gép: } \frac{\dot{m} \cdot \eta_v}{\rho_1} &= Q \cdot \eta_v = A_1 \cdot c_{1M} = C_2 \cdot D^2 \cdot D \cdot \omega = C_2 \cdot D^3 \cdot \omega \\ \Rightarrow \text{minta: } \frac{\dot{m}_M \cdot \eta_{vM}}{\rho_{1M}} &= Q_M \cdot \eta_{vM} = C_{2M} \cdot D_M^3 \cdot \omega_M \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{m}_L &= \dot{m} \cdot \eta_v = \rho_1 \cdot \overbrace{Q \cdot \eta_v}^{Q_L} = \rho_1 \cdot Q_L = \rho_1 \cdot A_1 \cdot c_{1M}; \quad \text{arányosság : } A_1 \approx D^2 \\ \Rightarrow \text{nagy gép: } \frac{\dot{m} \cdot \eta_v}{\rho_1} &= Q \cdot \eta_v = A_1 \cdot c_{1M} = C_2 \cdot D^2 \cdot D \cdot \omega = C_2 \cdot D^3 \cdot \omega \\ \Rightarrow \text{minta: } \frac{\dot{m}_M \cdot \eta_{vM}}{\rho_{1M}} &= Q_M \cdot \eta_{vM} = C_{2M} \cdot D_M^3 \cdot \omega_M \end{aligned}} \right\} \text{hasonlóság : } C_2 = C_{2M}$$

$$\boxed{\frac{Q_L}{Q_{LM}} = \frac{Q \cdot \eta_v}{Q_M \cdot \eta_{vM}} = \frac{D^3}{D_M^3} \cdot \frac{\omega}{\omega_M}} \quad (4.178)$$

- Teljesítmények (lásd teljesítmény szalagot)

$$P = \frac{P_b}{\eta_b} = \dot{m} \cdot Y = \frac{\rho_1}{\eta_v} \cdot C_2 \cdot D^3 \cdot \omega \cdot \frac{1}{\eta_h} \cdot C_1 \cdot D^2 \cdot \omega^2 = \frac{\rho_1 \cdot C_1 \cdot C_2}{\eta_v \cdot \eta_h} \cdot D^5 \cdot \omega^3$$

$$\eta_b = \frac{P_b}{P} = \frac{P_b}{P_t} \cdot \frac{P_t}{P} = \frac{\eta}{\eta_m} = \frac{\eta_v \cdot \eta_h}{1 + v_t} \quad (\text{belső hatásfok})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{nagy gép: } \frac{P_b}{\rho_1} \cdot (1 + v_t) &= C_1 \cdot C_2 \cdot D^5 \cdot \omega^3 \\ \Rightarrow \text{kis minta: } \frac{P_{bM}}{\rho_{1M}} \cdot (1 + v_{tM}) &= C_{1M} \cdot C_{2M} \cdot D_M^5 \cdot \omega_M^3 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow \text{nagy gép: } \frac{P_b}{\rho_1} \cdot (1 + v_t) &= C_1 \cdot C_2 \cdot D^5 \cdot \omega^3 \\ \Rightarrow \text{kis minta: } \frac{P_{bM}}{\rho_{1M}} \cdot (1 + v_{tM}) &= C_{1M} \cdot C_{2M} \cdot D_M^5 \cdot \omega_M^3 \end{aligned}} \right\} \text{hasonlóság : } C_1 \equiv C_{1M}; \quad C_2 \equiv C_{2M}$$

$$\boxed{\frac{P_b}{P_{bM}} \cdot \frac{1 + v_t}{1 + v_{tM}} \cdot \frac{\rho_{1M}}{\rho_1} = \frac{D^5}{D_M^5} \cdot \frac{\omega^3}{\omega_M^3}} \quad (4.179)$$

Munkagépre ugyanezek:

$$\frac{Y}{Y_M} \cdot \frac{\eta_{hM}}{\eta_h} = \frac{D^2}{D_M^2} \cdot \frac{\omega^2}{\omega_M^2} \quad (4.180)$$

$$\frac{Q}{Q_M} \cdot \frac{\eta_{vM}}{\eta_v} = \frac{D^3}{D_M^3} \cdot \frac{\omega}{\omega_M} \quad (4.181)$$

$$\frac{P_b}{P_{bM}} \cdot \frac{1 - v_t}{1 - v_{tM}} \cdot \frac{\rho_{1M}}{\rho_1} = \frac{D^5}{D_M^5} \cdot \frac{\omega^3}{\omega_M^3} \quad (4.182)$$

A hatásfok átszámítására vonatkozó összefüggéseket **léptékhatás formuláknak** nevezzük. A hatásfok változásának (különbözőségének) okai:

- Folyadéksúrlódás okozta veszteségek. Ezek a  $Re$  Reynolds számmal arányosak, amely ez esetben:

$$Re = \frac{D \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{v} \quad (4.183)$$

ahol  $D[m]$  a járókerék átmérője;  $g \cdot H = Y [J/kg]$  a fajlagos energiaváltozás a gépen,  $v [m^2/s]$  a szállított közeg kinematikai viszkozitása.

- Borda-Carnot típusú veszteségek, iránytörési veszteségek, leváltás okozta veszteségek. Ezek nem a  $Re$  számtól függenek.

A léptékhatás formulákra nemzetközileg egyeztetett képletek vannak a különböző géptípusokra. Ezeket szabványok tartalmazzák. Egy általánosan használt formula:

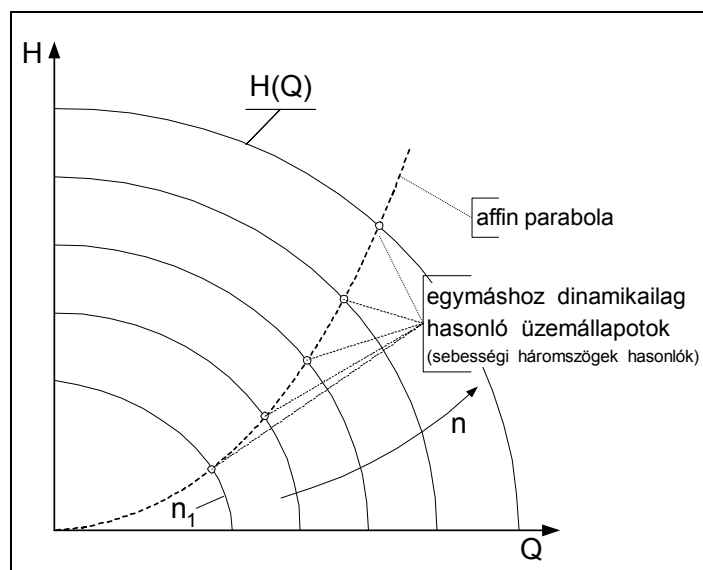
$$\frac{1 - \eta}{1 - \eta_M} = 1 - V + V \cdot \left( \frac{Re}{Re_M} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \text{ ahol } \alpha \cong 5, \text{ és } \begin{cases} V = 0,7 : \text{Kaplan turbinára - Hutton formula} \\ V = 1 : \text{Francis turbinára - Moody formula} \end{cases} \quad (4.184)$$

**Egyetlen gép** – geometriai hasonlóság helyett azonosság:  $D \equiv D_M$ .

Ekkor a különböző fordulatszámhoz tartozó üzemi jellemzők közti összefüggések, ha a hatásfok változásától eltekintünk:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Y}{Y_1} = \frac{H}{H_1} = \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 \\ \frac{Q}{Q_1} = \frac{n}{n_1} \end{aligned} \right\} \frac{H}{H_1} = \left( \frac{Q}{Q_1} \right)^2 \equiv \text{affin parabola.} \quad (4.185)$$

Tehát (4.185) összefüggés szerint a dinamikaileg hasonló üzemi állapotok a  $H(Q)$  diagramokban egy parabolán vannak, ezt nevezzük **affin parabolának**. Szivattyúra mutatja a 4.33. ábra.



4.33. ábra

Az affin parabola mentén kis fordulatszám tartományban a hatásfok nem nagyon változik. (A hatásfok kagyló „követi” a parabolát)

#### 4.4.2. Fajlagos jellemzők

Négy alapjellemező:

**Y** - fajlagos energianövekmény,

**Q** - térfogatáram,

$\omega$  - szögsebesség,

**D** - járókerékátmérő.

**Gépsorozat** = geometriailag hasonló, de különböző méretű gépek >>> léptékhatástól (hatásfokkülönbségtől) eltekintünk >>> legjobb hatásfokú pontok üzemi jellemzőit vesszük.

A sorozat bármely két gépére igaz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Y_M}{Y} = \left( \frac{D_M}{D} \right)^2 \cdot \left( \frac{n_M}{n} \right)^2 \\ \frac{Q_M}{Q} = \left( \frac{D_M}{D} \right)^3 \cdot \frac{n_M}{n} \end{array} \right. \quad (4.186)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Y_M}{Y} = \left( \frac{D_M}{D} \right)^2 \cdot \left( \frac{n_M}{n} \right)^2 \\ \frac{Q_M}{Q} = \left( \frac{D_M}{D} \right)^3 \cdot \frac{n_M}{n} \end{array} \right. \quad (4.187)$$

így arra a gépre is, amelyre:

$$\boxed{Y_M = 1 \text{ J/kg}, \quad Q_M = 1 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \omega_M = \omega_{YQ}, \quad D_M = D_{YQ}}$$

Tehát:

$$\left\{ \frac{1}{Y} = \left( \frac{D_{YQ}}{D} \right)^2 \cdot \left( \frac{\omega_{YQ}}{\omega} \right)^2, \right. \quad (4.188)$$

$$\left. \frac{1}{Q} = \left( \frac{D_{YQ}}{D} \right)^3 \cdot \left( \frac{\omega_{YQ}}{\omega} \right), \right. \quad (4.189)$$

amelyekből  $D_{YQ}$  és  $\omega_{YQ}$  meghatározható:

$$\omega_{YQ} = \underbrace{K = \omega \cdot \frac{\sqrt{Q}}{Y^{3/4}}}_{\text{- típuszám}}, \quad (4.190)$$

$$D_{YQ} = D \cdot \frac{Y^{1/4}}{\sqrt{Q}} \quad \text{- jellemző átmérő.} \quad (4.191)$$

$K$  és  $D_{YQ}$  a típusorozat bármely elemére azonos, annak adataiból kiszámítható.

**A K típuszám definíciója:**  $K$  annak, az adott géphez geometriailag tökéletesen hasonló gépnek a szögsebessége, amelynek  $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$  a vízszállítása és a folyadék tömegességének energiáját  $Y = 1 \text{ J/kg}$ -al változtatja meg.  $D_{YQ}$  e gép járókerék átmérője.

További hasonló típusjellemzők definiálhatók attól függően, hogy mely értéket tekintjük egységnyinek. Ezek közül néhány nemzetközileg (főleg korábban) használt:

- $\boxed{Q_M = 1 \text{ m}^3/\text{s}, \quad H_M = 1 \text{ m}}$  (szivattyúnál)

► Jellemző fordulatszám:

$$\underbrace{n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}}_{\text{}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(Y/g)^{3/4}} = 52,93 \cdot K \quad (4.192)$$

► Jellemző átmérő:

$$D_q = D \cdot \frac{H^{1/4}}{\sqrt{Q}} = D \cdot \frac{(Y/g)^{1/4}}{\sqrt{Q}} = \frac{D_{YQ}}{1,77} \quad (4.193)$$

- $Q_M = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $P_t = 1 \text{ LE} = 735,5 \text{ W}$  (vízturbináknál)

► Jellemző fordulatszám:

$$n_s = \frac{n \cdot \sqrt{P_{LE}}}{H^{5/4}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{\rho \cdot Q \cdot Y \cdot \eta}}{\sqrt{735,5}} \frac{1}{(Y/g)^{5/4}} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{735,5}} \cdot g^{5/4} \cdot \sqrt{\eta} \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{Q}}{Y^{3/4}} = 193,3 \cdot \sqrt{\eta} \cdot K, \quad (4.194)$$

figyelembe véve, hogy  $\rho \cong 1000 \text{ kg/m}^3$  és  $\rho \cdot Q \cdot Y = P = \frac{P_t}{\eta} = \frac{P_{LE} \cdot 735,5}{\eta}$ .

$n_s$  az  $\eta$ -t is tartalmazza, ez nem jó!!!

- $D_M = 1 \text{ m}$ ,  $H_M = 1 \text{ m}$  (vízturbináknál)

► Fajlagos fordulatszám

$$n_{11} = \frac{n \cdot D}{\sqrt{H}} \quad (= 29,909 \cdot D_{YQ}) \quad (4.195)$$

► Fajlagos víznyelés

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \cdot \sqrt{H}} \quad (= 3,132 \cdot Q_{YQ}) \quad (4.196)$$

- $D_M = 1 \text{ m}$ ,  $2 \cdot g \cdot H_M = 1 \text{ m}^2/\text{s}^2$

► Cordier félé  $\sigma$  és  $\Delta$ , hasonló mint  $K$  és  $D_{YQ}$ :

$$\sigma = \frac{2 \cdot \sqrt{\pi}}{60} \cdot \frac{n \cdot \sqrt{Q}}{(2 \cdot g \cdot H)^{3/4}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{2^{3/4}} \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(g \cdot H)^{3/4}} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot 2^{3/4}} \cdot K = \frac{K}{2,981} \quad (4.197)$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{D \cdot (2 \cdot g \cdot H)^{1/4}}{\sqrt{Q}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot 2^{1/4} \cdot D \cdot \frac{Y^{1/4}}{\sqrt{Q}} = 1,054 \cdot D_{YQ} \quad (4.198)$$



- **A gép fordulatszámától független fajlagos jellemzők**

▶ Nyomásszám:

$$\Psi = \frac{Y}{u^2/2} = \frac{H}{u^2/(2 \cdot g)} \left( = \frac{2 \cdot Y}{(r \cdot \omega)^2} = \frac{8 \cdot Y}{D^2 \cdot \omega^2} = 8 \cdot Y_{\omega D} \right) \quad (4.199)$$

▶ Mennyiségi szám:

$$\varphi = \frac{Q}{A \cdot u} = \frac{c_m}{u} = \left( \frac{Q}{D \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{D}{2} \cdot \omega} = \frac{2 \cdot D}{\pi \cdot b} \cdot \frac{Q}{D^3 \cdot \omega} = \frac{2 \cdot D}{\pi \cdot b} \cdot Q_{\omega D} \right) \quad (4.200)$$

A  $K$  típuszám  $\varphi$ -vel és  $\Psi$ -vel:

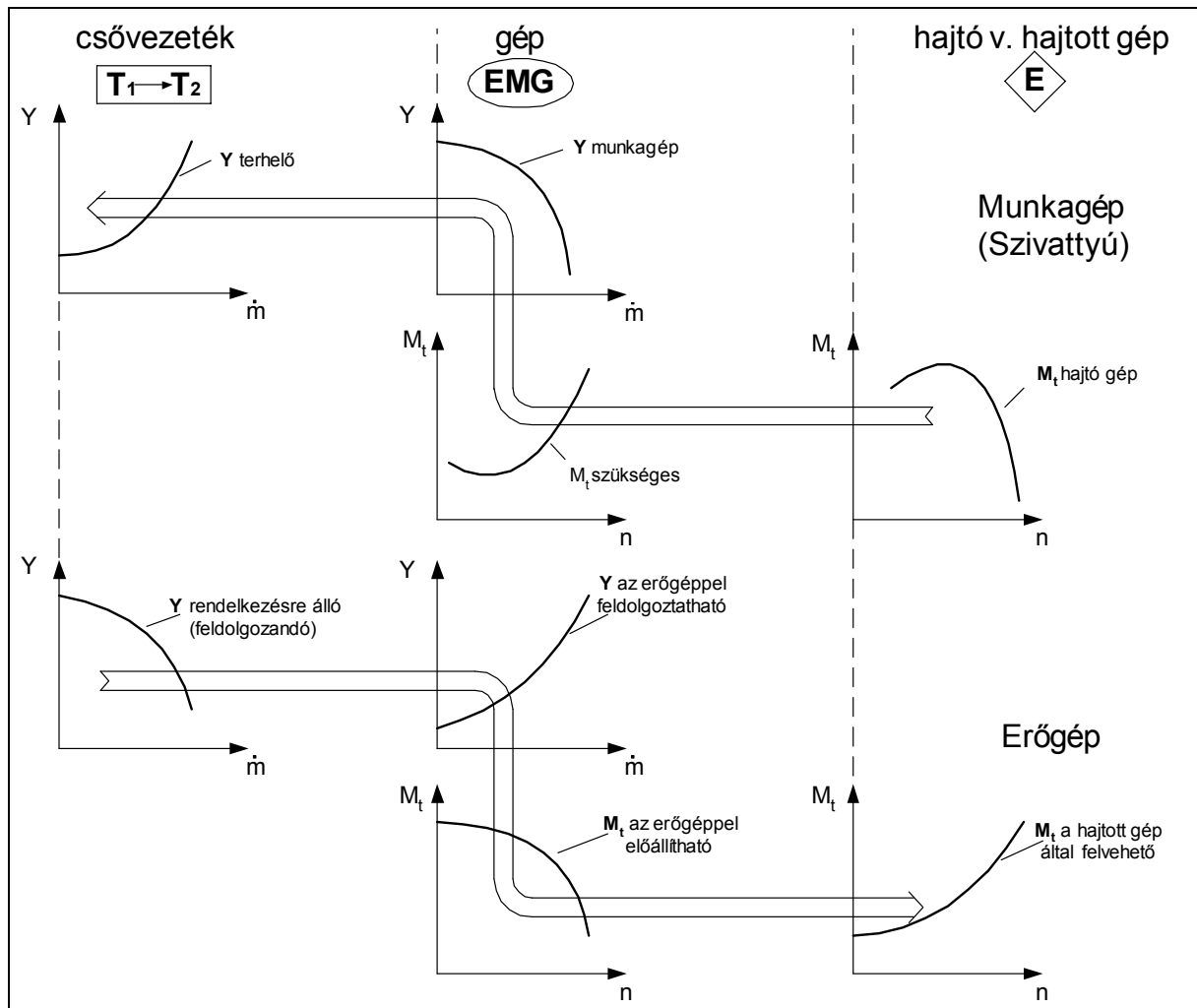
$$K = \sqrt{\pi} \cdot 2^{7/4} \cdot \sqrt{\frac{b}{D}} \cdot \frac{\sqrt{\varphi}}{\Psi^{3/4}} = 5,962 \cdot \sqrt{\frac{b}{D}} \cdot \frac{\sqrt{\varphi}}{\Psi^{3/4}} \quad (4.201)$$

#### 4.5. Szivattyúk

Szivattyú: összenyomhatatlan folyadékot szállító munkagép.

##### 4.5.1. Jelleggörbék

Az 1.1 ábra jelöléseivel a 4.34. ábra mutatja az erő- és munkagépek és a hozzájuk kapcsolódó hajtott, vagy hajtó gép jelleggörbéit és azok közti összefüggéseket.

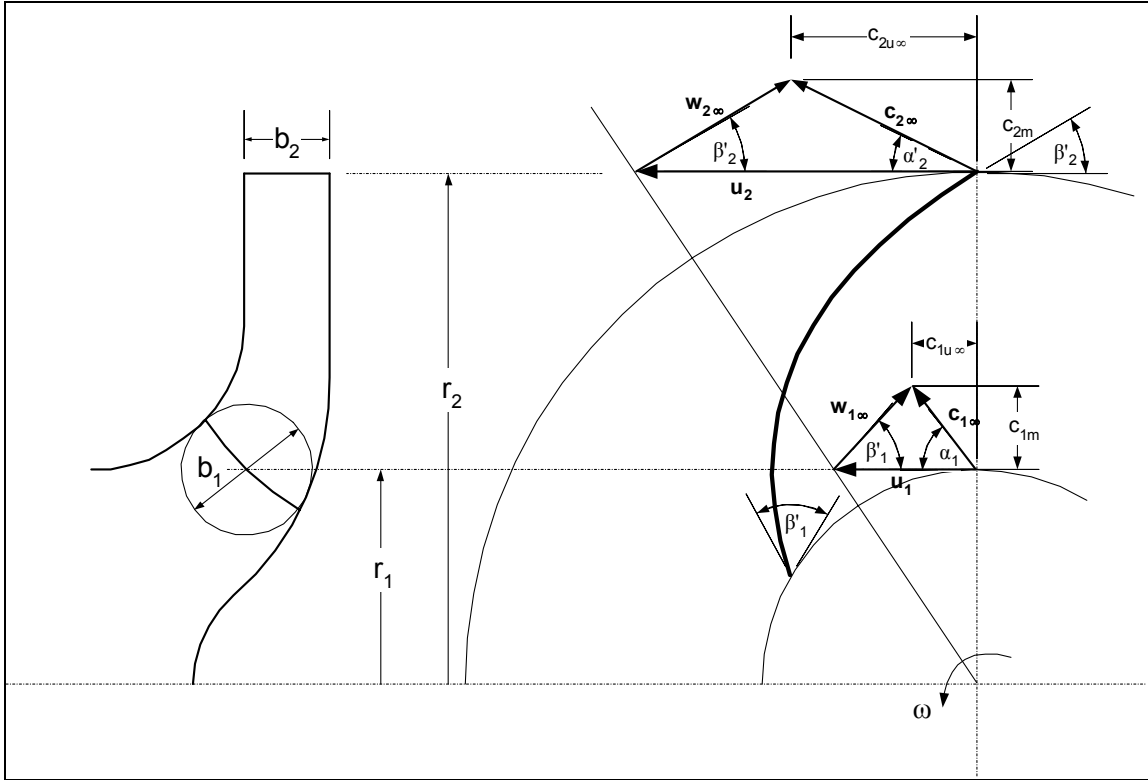


4.34. ábra

#### 4.5.1.1. Elméleti lapátkongruens áramláshoz tartozó jelleggörbék

Ezek:  $H_{e\infty}(Q)$ ,  $Y_{e\infty}(Q)$ ,  $\Psi_{e\infty}(\varphi)$ .

A 4.35. ábra egy radiális szivattyú esetén a be- és kilépő sebességi háromszögek és a lapát-szögek kapcsolatát mutatja.



4.35. ábra

$$\dot{m} = \rho \cdot Q = \rho \cdot A_1 \cdot c_{1m} = \rho \cdot A_2 \cdot c_{2m} \quad (4.202)$$

$$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot b_1 ; A_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot b_2 \quad (4.203)$$

$$c_{1m} = \frac{Q}{A_1} \quad (4.204)$$

$$c_{2m} = \frac{Q}{A_2} \quad (4.205)$$

$$c_{1u\infty} = c_{1m} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_1} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 = \frac{Q}{A_1} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 \quad (4.206)$$

$$c_{2u\infty} = u_2 - c_{2m} \cdot \operatorname{ctg} \beta'_2 = u_2 - \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_2} \cdot \operatorname{ctg} \beta'_2 = u_2 - \frac{Q}{A_2} \cdot \operatorname{ctg} \beta'_2 \quad (4.207)$$

$$Y_{e\infty} = u_2 \cdot c_{2u\infty} - u_1 \cdot c_{1u\infty} = u_2^2 - u_2 \cdot \frac{Q}{A_2} \cdot \operatorname{ctg} \beta'_2 - u_1 \cdot \frac{Q}{A_1} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 \quad (4.208)$$

A fentiek alapján a szivattyúk lapátkongruens áramláshoz tartozó elméleti jelleggörbéje:

$$Y_{e\infty}(Q) = u_2^2 - \left[ \frac{u_1}{A_1} \cdot \text{ctg}\alpha_1 + \frac{u_2}{A_2} \cdot \text{ctg}\beta'_2 \right] \cdot Q \quad (4.209)$$

$$H_{e\infty}(Q) = \frac{u_2^2}{g} - \left[ \frac{u_1}{g \cdot A_1} \cdot \text{ctg}\alpha_1 + \frac{u_2}{g \cdot A_2} \cdot \text{ctg}\beta'_2 \right] \cdot Q \quad (4.210)$$

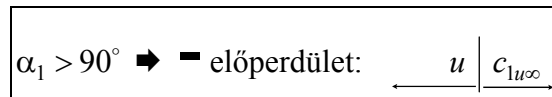
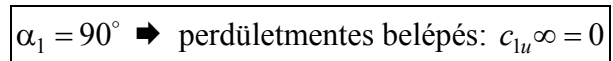
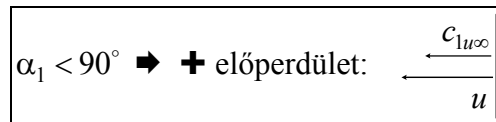
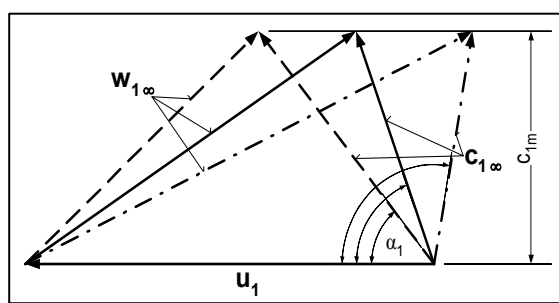
A fordulatszámától független  $\Psi_{e\infty}(\varphi)$  jelleggörbe meghatározása:

$$\Psi = \frac{Y}{u_2^2/2}; \quad \varphi = \frac{Q}{u_2 \cdot A_2}; \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{r_2 \cdot b_2}{r_1 \cdot b_1} = \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{b_2}{b_1};$$

$$\Psi_{e\infty} = 2 \cdot \frac{Y_{e\infty}}{u_2^2} = 2 \cdot \frac{u_2^2}{u_2^2} - \left[ \frac{2 \cdot u_1}{u_2^2 \cdot A_1} \cdot \text{ctg}\alpha_1 + \frac{2 \cdot u_2}{u_2^2 \cdot A_2} \cdot \text{ctg}\beta'_2 \right] \cdot u_2 \cdot A_2 \cdot \varphi$$

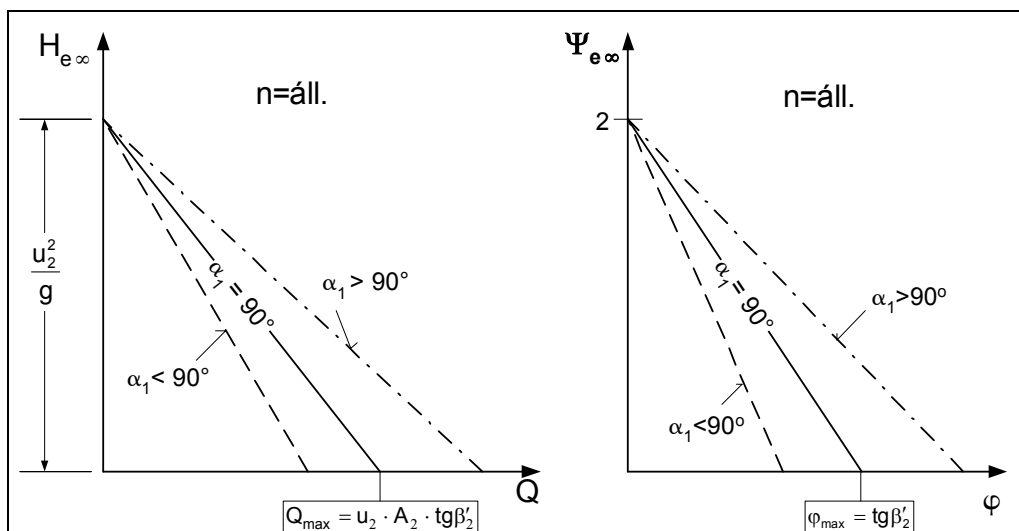
$$\Psi_{e\infty}(\varphi) = 2 - 2 \cdot \left[ \frac{b_2}{b_1} \cdot \text{ctg}\alpha_1 + \text{ctg}\beta'_2 \right] \cdot \varphi \quad (4.211)$$

Perdületmentes esetben:  $\alpha_1 = 90^\circ \rightarrow \text{ctg}\alpha_1 = 0 \rightarrow c_{1u\infty} = 0$



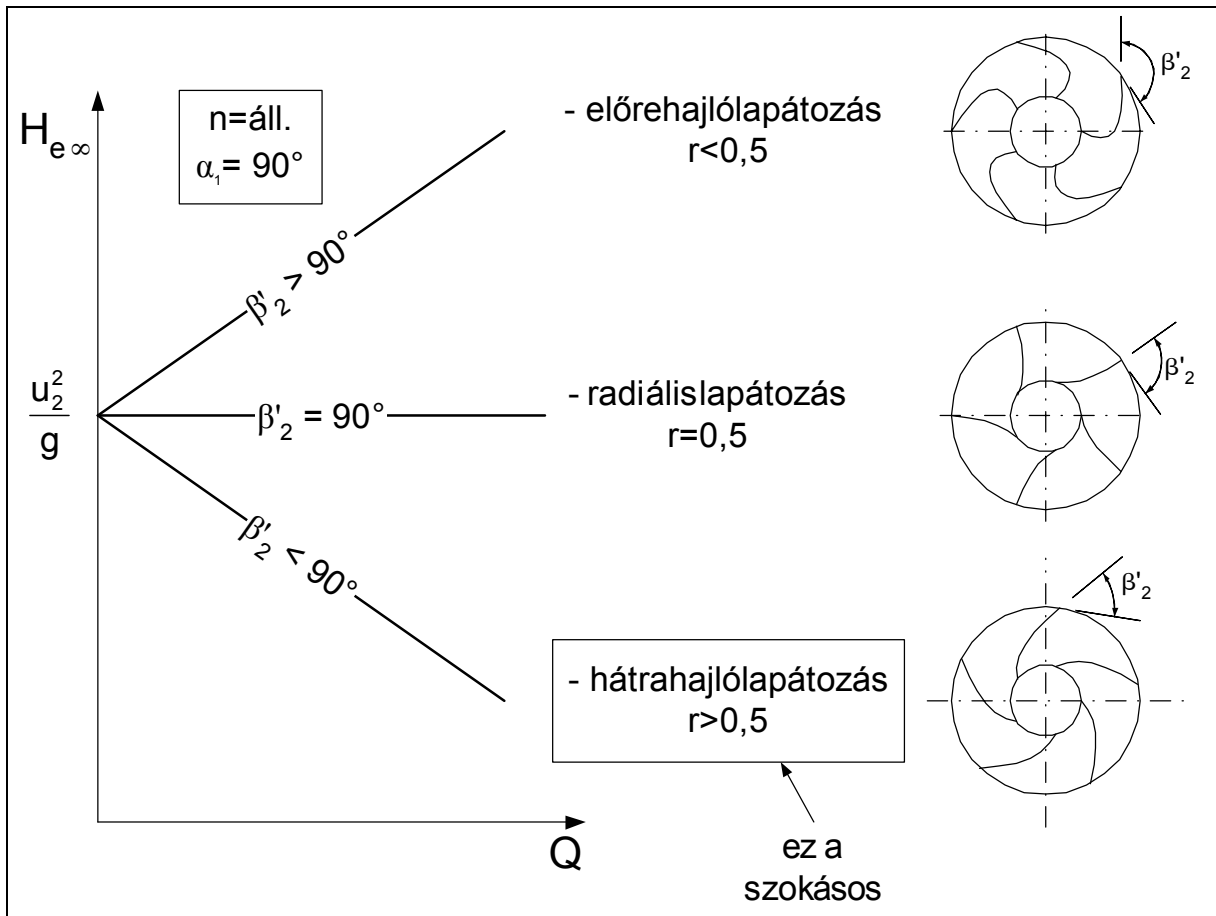
4.36. ábra

A 4.37. ábra a belépő perdület hatását mutatja az elméleti jelleggörbére.  $\alpha_1$  a járókeréktől független, a szivattyú szívóterének kialakításától függ. Törekvés  $\alpha_1 \cong 90^\circ$  legyen.



4.37. ábra

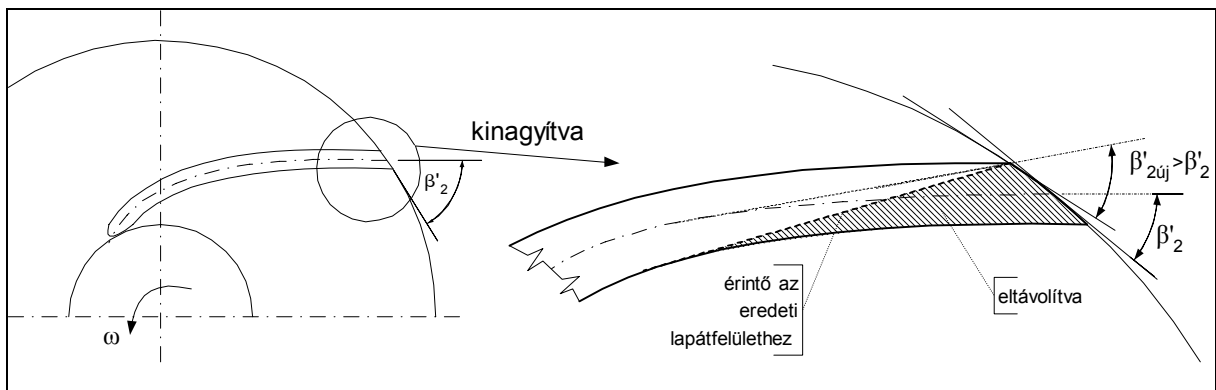
A lapátgörbület a  $\beta'_2$  kilépő lapátszögön keresztül van benne a jelleggörbe képletében. A lapátgörbület hatását a jelleggörbére a 4.38. ábra mutatja.



4.38. ábra

A lapát végének hegyezésével a szállító magasság némileg növelhető.

Lapát hegyezés  $\Rightarrow \beta'_2 \uparrow \Rightarrow H_{e\infty} \uparrow \Rightarrow H \uparrow$ .



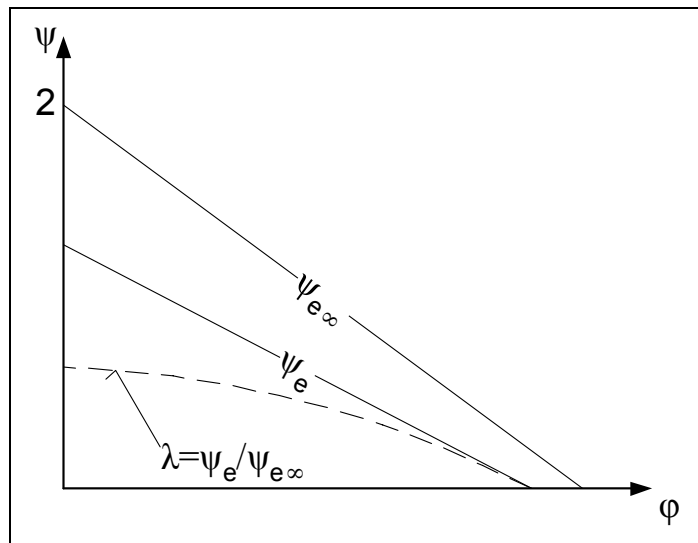
4.39. ábra

**4.5.1.2. Elméleti jelleggörbe (véges lapátszám esetén)**

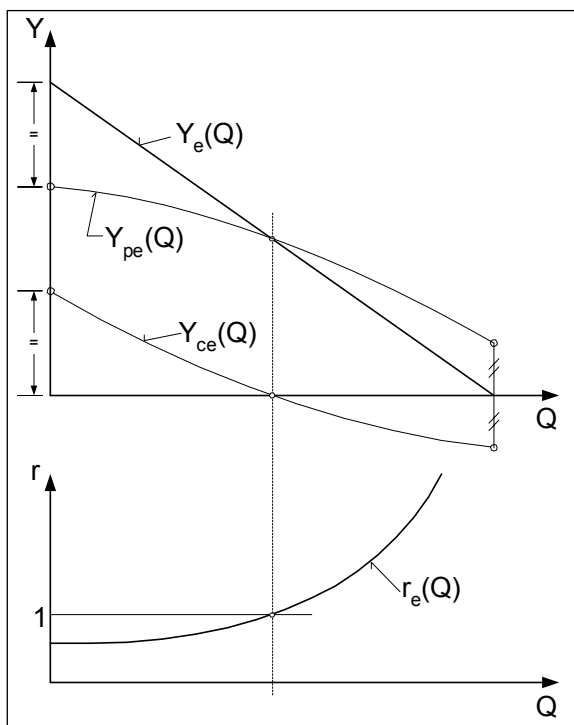
Ezek:  $H_e(Q)$ ,  $Y_e(Q)$ ,  $\Psi_e(\varphi)$ .

Ez is súrlódásmentes folyadék áramlására vonatkozik, de figyelembe veszi a perdületapadást. Kimutatható, hogy e jelleggörbék is egyenesek maradnak. A perdületapadási tényező is a folyadékcszállítás függvénye (lásd 4.40. ábrát):

$$\lambda(Q) = \frac{H_e(Q)}{H_{e\infty}(Q)} = \frac{Y_e(Q)}{Y_{e\infty}(Q)} \quad ; \quad \lambda(\varphi) = \frac{\Psi_e(\varphi)}{\Psi_{e\infty}(\varphi)}. \tag{4.212}$$



4.40. ábra



Az elméleti jelleggörbe felbontható a (4.144) kifejezés alapján két részre (kinetikus energia és a nyomáspotenciál növekedése):

$$Y_e(Q) = Y_{ce}(Q) + Y_{pe}(Q). \tag{4.213}$$

A reakciófok:

$$r_e(Q) = \frac{Y_{pe}(Q)}{Y_e(Q)}. \tag{4.214}$$

Mindezeket szemlélteti a 4.41. ábra.

A reakciófokot a legjobb hatásfokú ponthoz tartozó  $Q$ -nál értelmezzük.

4.41. ábra

### 4.5.1.3. Valóságos jelleggörbe

Meghatározás méréssel (Vannak kísérletek közelítő számítására.)

Az elméleti és a valós jelleggörbe közti eltérés fő okai:

- Súrlódási veszteségek:

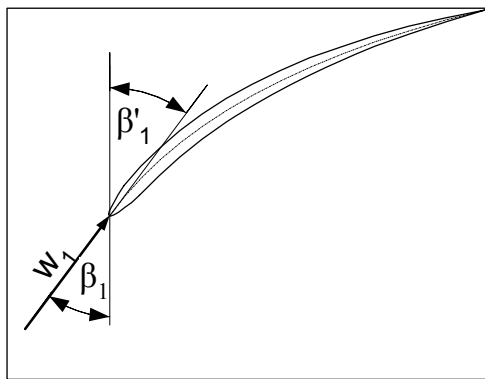
$$h'_S = K_S \cdot Q^2 \quad (4.215)$$

- Lassuló, diffúzoros áramlás, diffúzor veszteség:

$$h'_D = K_D \cdot Q^2 \quad (4.216)$$

- Iránytörési veszteség (tervezéstől eltérő Q esetén)

tervezési érték:  $Q_t \rightarrow c_{1m} \rightarrow w_1 \rightarrow \beta_1 = \arcsin \frac{c_{1m}}{w_1} \rightarrow \beta'_1 \cong \beta_1$ -re választva a lapát belépő szögét ütközésmentes áramlás alakul ki (4.42. ábra). Ettől eltérő esetekben 4.43. ábrán a B



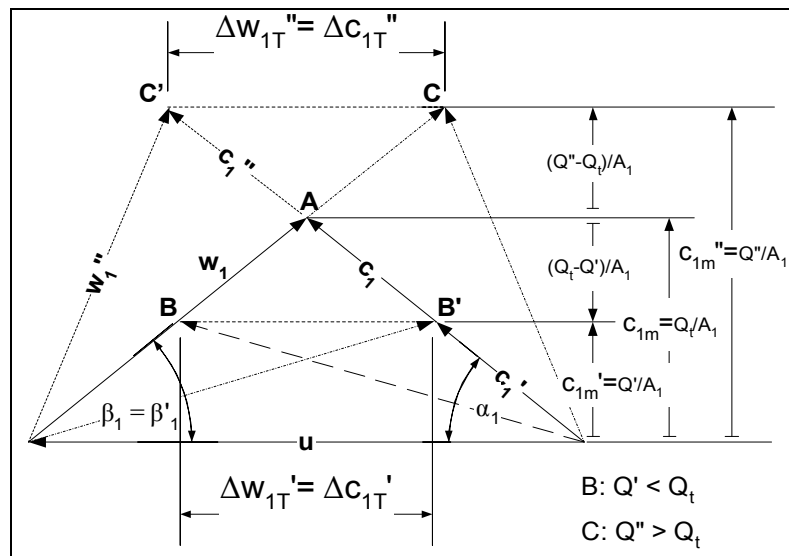
4.42. ábra

illetve a C pontbeli sebességek felelnek meg  $\beta_1 = \beta'_1$ -nek, holott a kötött  $\alpha_1$  (amely a szivattyú belépőterének kialakításától függ) miatt B' és C' alakul ki, azaz  $\beta_1$  megváltozik. A fellépő iránytörési veszteségek a  $\Delta w'$  és  $\Delta w''$  sebességkülönbségekkel arányosak:

$$h'_T = K_T (Q - Q_t)^2 \quad (4.217)$$

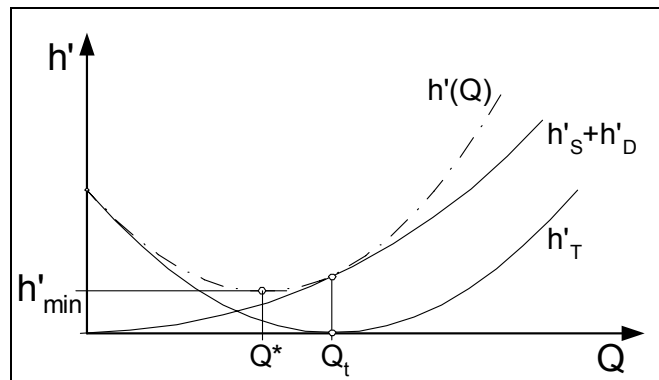
Az eredő veszteség:

$$h'(Q) = h'_S(Q) = h'_D(Q) + h'_T(Q) \quad (4.218)$$



4.43. ábra

$Q^*$  jelöli a térfogatáramot a minimális  $h'$ -nél. A 4.44. ábra a veszteségek és azok összegének a térfogatáramtól való függését szemlélteti.



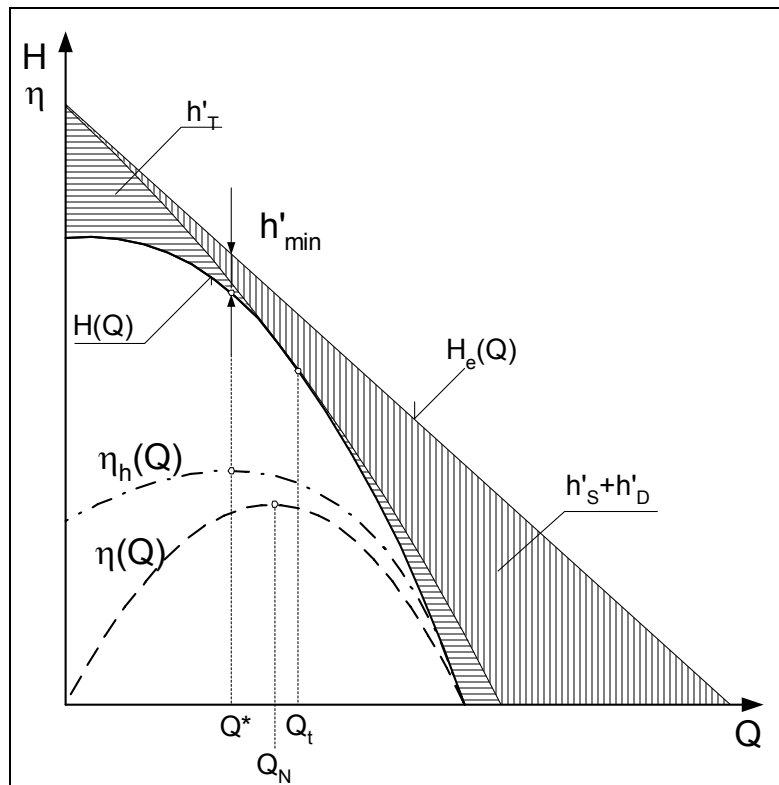
4.44. ábra

A valós szivattyú jelleggörbe tehát:

$$H(Q) = H_e(Q) - h'(Q). \quad (4.219)$$

Ezt mutatja a 4.45. ábra, ahol:

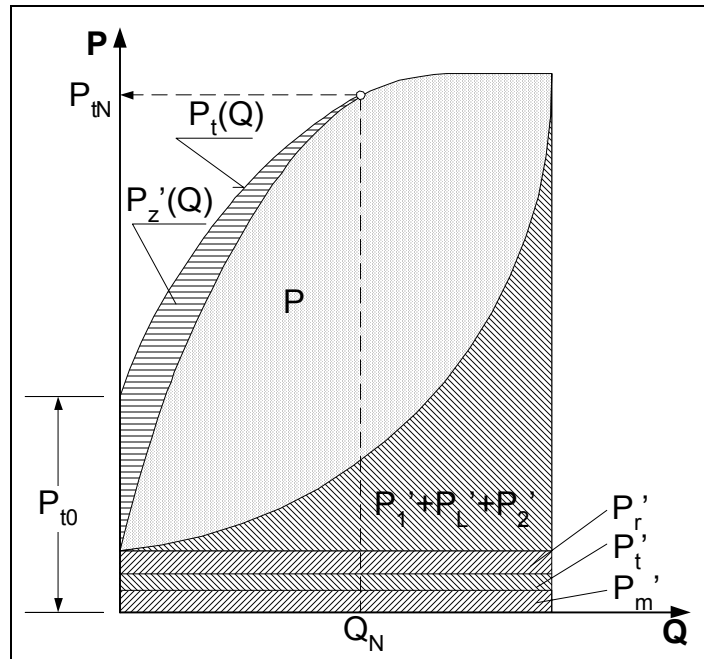
- $Q^*$  : minimális hidraulikai ellenálláshoz tartozó térfogatáram,  $h' = \min \Rightarrow \eta_h = \max$  ,
- $Q_N$  : névleges térfogatáram, összehatásfok maximális:  $\eta = \max$  ,
- $Q_t$  : tervezési térfogatáram, ütközésmentes rááramlás:  $h'_T = 0$  .



4.45. ábra



A valós teljesítménygörbe származtatását mutatja a 4.46. ábra.



4.46. ábra

►  $P'_m$ : **mechanikai teljesítményvesztés:**

$$\eta_m = 1 - K_1 \cdot \left[ 0,5 + 0,5 \cdot \sqrt[3]{\frac{K_2}{P_{tN}}} \cdot \left( \frac{n_N}{n} \right)^2 \right], \quad (4.220)$$

ahol:

$$K_1 = 0,05 \div 0,020; \quad K_2 = 50kW .$$

►  $P'_v$ : **volumetrikus teljesítményvesztés:**

A járókerék  $A_r$  keresztmetszetű résgyűrűjén visszaáramló  $Q_r$  miatt:

$$Q_r \cong \underset{\substack{\uparrow \\ \text{átfolyási} \\ \text{tényező}}}{\alpha} \cdot A_r \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_r}{\rho}} . \quad (4.221)$$

A volumetrikus hatásfok:

► Egyoldali beöntésű szivattyú:

$$\eta_v = 1 - \left[ 0,4 + \frac{0,3}{\sqrt[3]{Q_N}} \right] \cdot \frac{0,02}{K} \quad (K : \text{típusszám}) . \quad (4.222)$$

► Kétoldali (kettős)beömlésű szivattyú (két egymásnak háttal fordított járókerék):

$$\eta_v = 1 - \left[ 0,4 + \frac{0,3}{\sqrt[3]{Q_N}} \right] \cdot \frac{0,01}{K} \quad (Q_N \text{ egy oldalon, } K \text{ ebből számolva}) . \quad (4.223)$$

►  $\boxed{P}$ : **hasznos teljesítmény:**

$$P = \dot{m} \cdot Y = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H \quad (4.224)$$

►  $\boxed{P'_z}$ : **keveredési teljesítményvesztés:**

$Q < Q_N$  részterheléseknél visszaáramlás (Pl. zárt tolózár,  $Q = 0$ , a járókerék forog ➔ kis  $Q$ -nál a nyomótérben kavargog az áramlás, nem tud továbbmenni ➔ energiája felemésződik)  
 $Q = 0$ -nál a tengelyteljesítmény becsülhető:

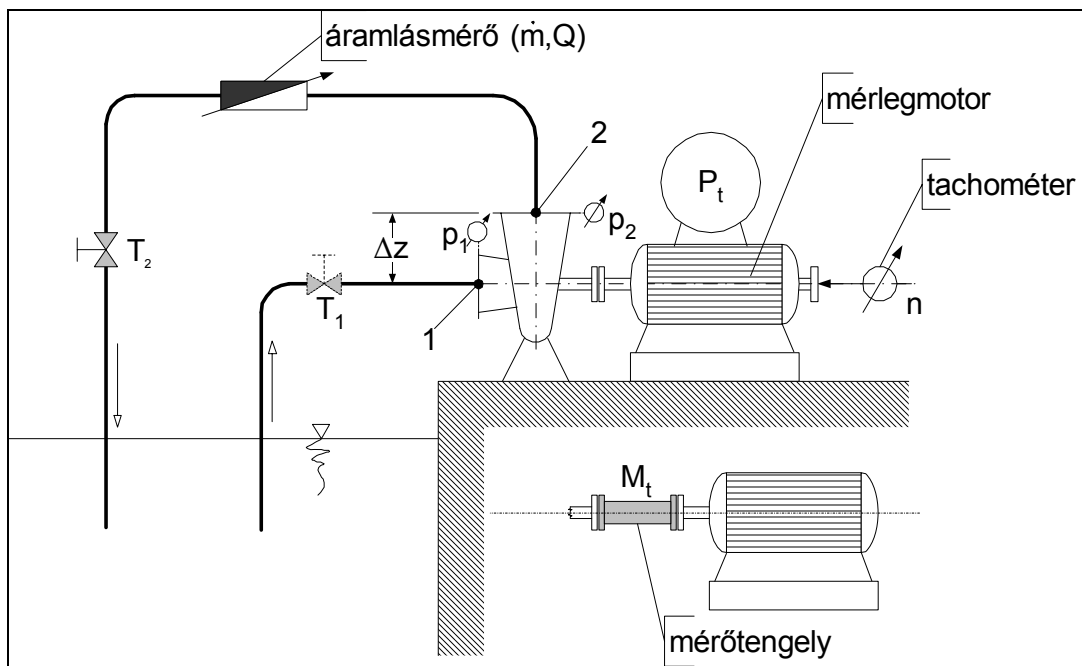
$$P_{i0} = K_{p0} \cdot D^5 \cdot n^3 [kW], \quad (4.225)$$

ahol

$$D[m]; \quad n[l/min]; \quad K_{p0} = K_{p0} \left( \frac{b_2}{D_2} \right).$$

### 4.5.2. A szivattyúk próbatermi vizsgálata

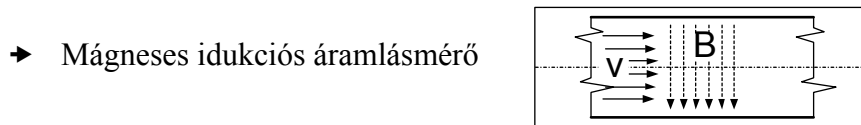
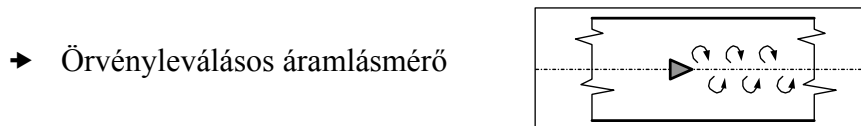
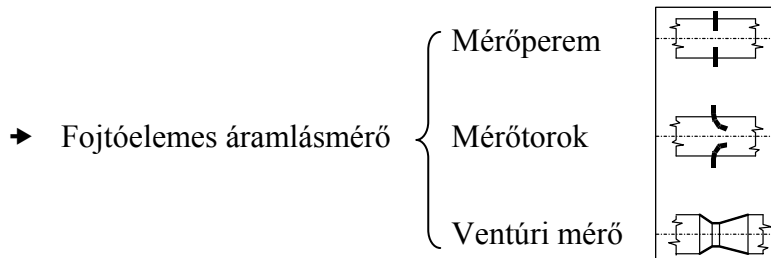
A szivattyúk laboratóriumi vizsgálatára alkalmas mérőkört mutat a 4.47. ábra.



4.47. ábra

$T_1$  tolózár-csak a szívóképesség méréséhez.

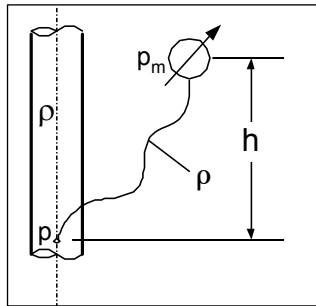
- $T_2$  fojtóelemmel változtatjuk a cső ellenállását  $\rightarrow Q$  változik.
- Áramlásmérővel mérjük a  $Q$  térfogatáramot:



- A  $H$  szállítómagasság számításához ezen felül szükség van a szívó- és nyomócsontonbeli  $p_1$  és  $p_2$  nyomások mérésére. Ezekkel:

$$c_1 = \frac{Q}{A_1} \quad ; \quad c_2 = \frac{Q}{A_2} \quad (4.226)$$

$$H = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \underbrace{z_2 - z_1}_{\Delta z} \quad (4.227)$$



4.48. ábra

Vigyázat, hogy a nyomásmérők milyen nyomást mérnek! A vezetékekben is folyadék van.

Hidrosztatika alapegyenlete:  $p = p_m + \rho \cdot g \cdot h$ , ahol  $p$  a mérendő nyomás,  $p_m$  pedig a nyomásmérő értékmutatása.

A nyomásmérő ezt mutatja:  $p_m = p - \rho \cdot g \cdot h$  !!!

- Tengelyteljesítmény mérése:

- mérleggéppel hajtva a szivattyút:  $P_t$  .
- nyomatékmérő tengellyen keresztül saját motorral hajtva:

$$P_t = M_t \cdot \omega \quad (4.228)$$

- saját motor  $P_{vill}$  villamos teljesítményét mérve és ismerve a motor  $n_{vill} = n_{vill}(P_{vill})$  jelleggörbéjét:

$$P_t = n_{vill} \cdot P_{vill} \quad (4.229)$$

- Fordulatszám mérése (tachométer)

Mіндеzen méréseket  $n = \text{áll.}$ , illetve saját motor esetén  $n \approx \text{áll.}$  mellett hajtjuk végre.

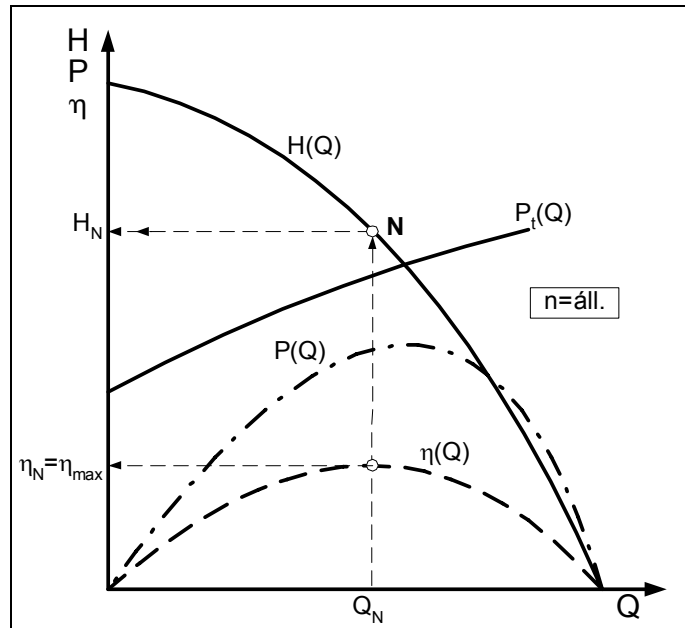
Ez utóbbi esetben az eredményeket a hasonlósági törvényekkel (lásd. 4.185) átszámítjuk  $n = \text{áll.}$ -ra.

- Hasznos teljesítmény:

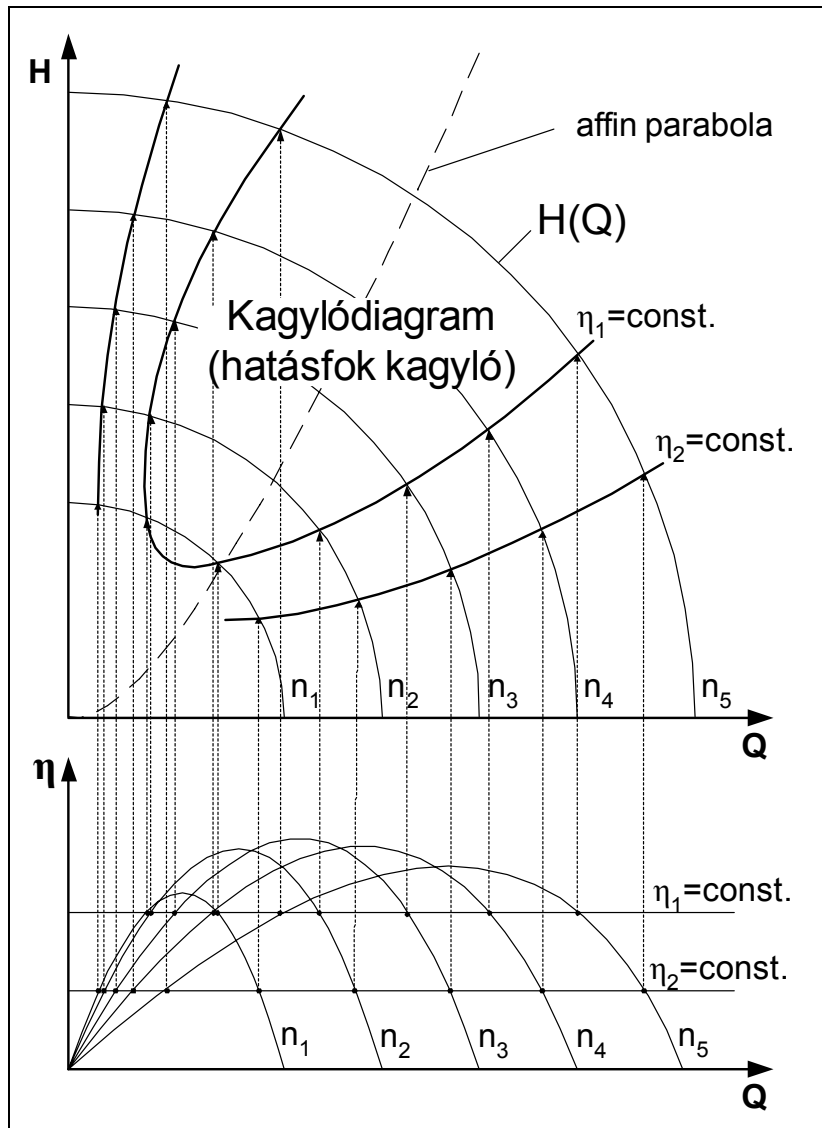
$$P = \dot{m} \cdot Y = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H \quad (4.230)$$

- Öszhatásfok:

$$\eta = \frac{P}{P_t} \quad (4.231)$$



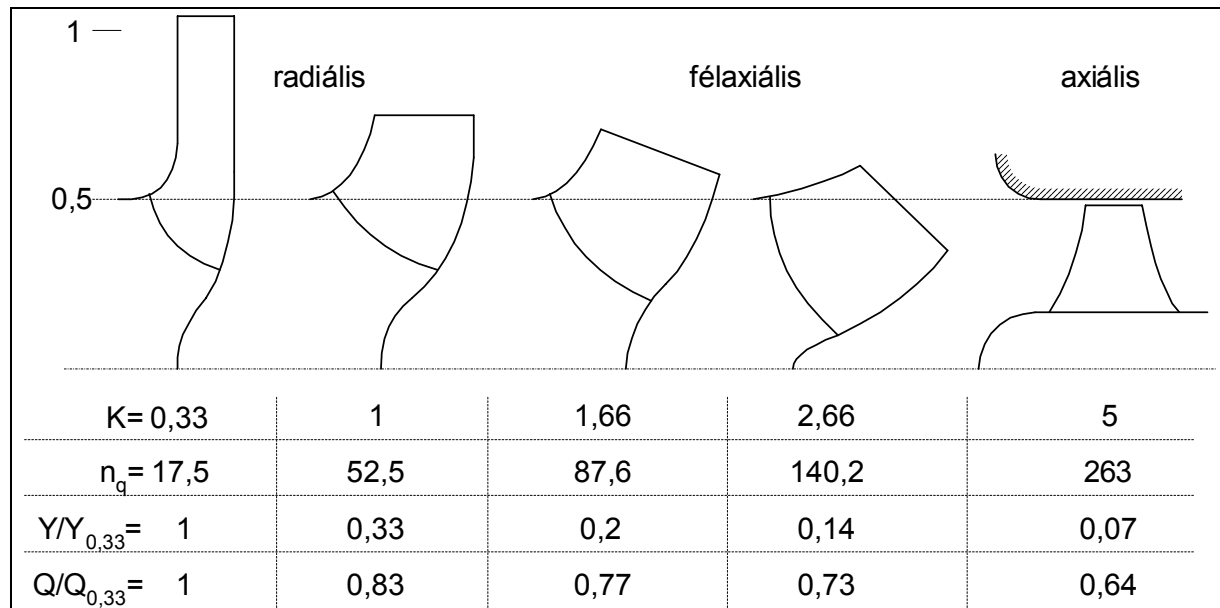
4.49. ábra



4.50. ábra

### Szivattyútípusok és jelleggörbéik

Néhány jellegzetes szivattyútípus meridiánmetszetét és üzemi jellemzőik arányait mutatja a 4.51. ábra.

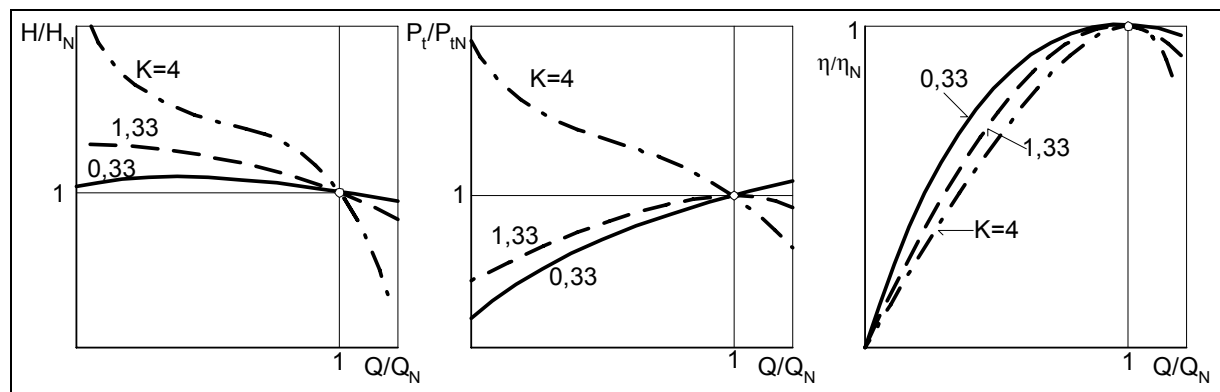


4.51. ábra

Radiális szivattyú: relatív nagy  $H$ , kis  $Q$ .

Axiális szivattyú: relatív kis  $H$ , nagy  $Q$ .

A 4.52. ábrán egy radiális egy félaxiális és egy axiális szivattyú tipikus jelleggörbéit hasonlítjuk össze.



4.52. ábra

A 4.52. ábrából az alábbi megállapítások tehetők:

- $K \uparrow \Rightarrow H(Q)$  meredeksége  $\uparrow$ ,  
 $\Rightarrow \eta(Q)$  csúcossága  $\uparrow$  (a jó hatásfokú  $Q$  tartomány csökken).
- kis  $K$  (radiális szivattyú):  $Q \uparrow \Rightarrow P_t \uparrow$  indítás **zárt** tolózárral,
- nagy  $K$  (axiális szivattyú):  $Q \uparrow \Rightarrow P_t \downarrow$  indítás **teljesen nyitott** tolózárral.

### 4.5.3. Szivattyúk szívóképessége:

#### Kavitáció:

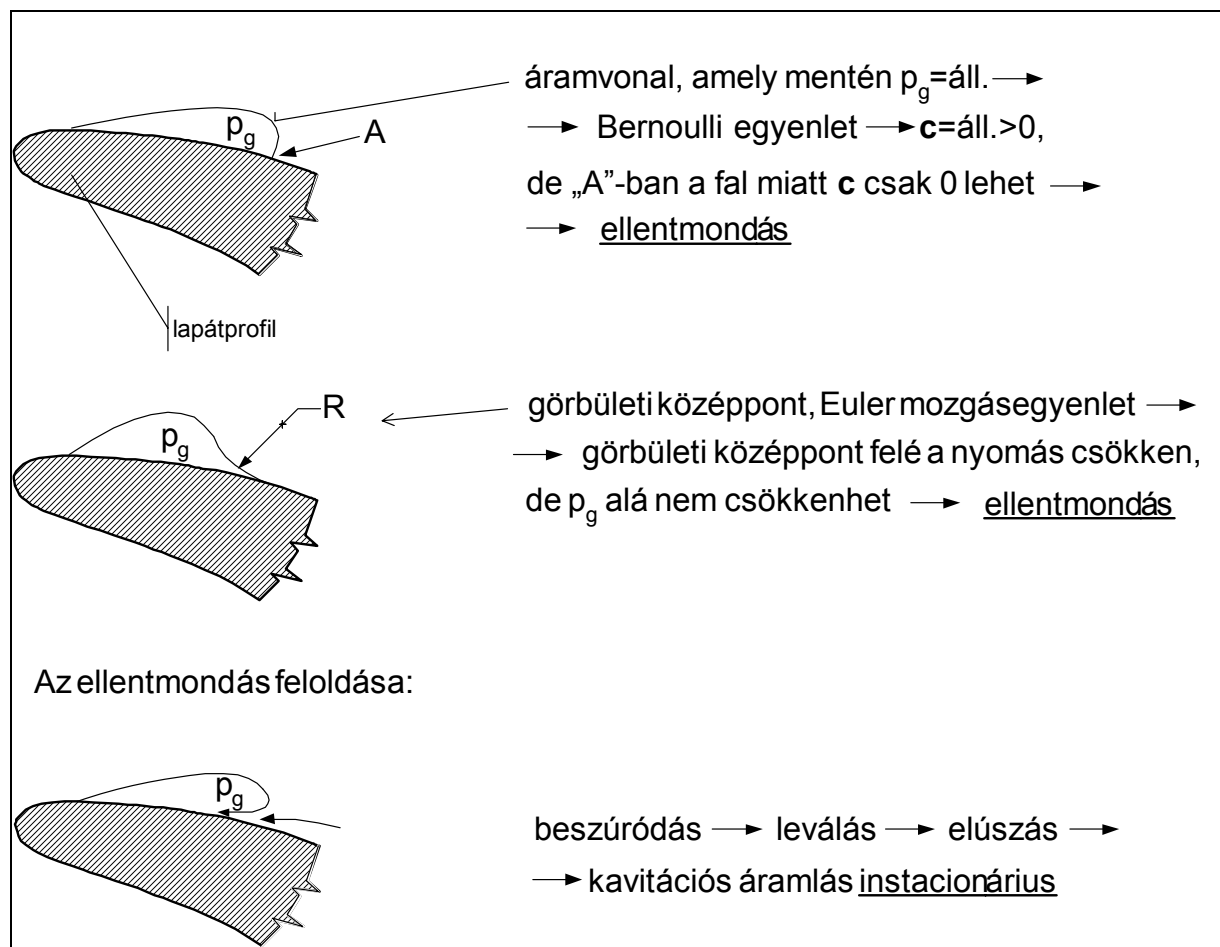
Ahol a folyadék nyomása lecsökken a folyadék hőfokához tartozó  $p_g$  telített gőznyomásra, ott gőzképződés indul meg → gőzbuborék (nukleusz) → kavitációs üregképződés (üreg: kavus) → két fő probléma:

- a folyadékáramlás folyamatosága megszakad → a szivattyú elejti a folyadékot;
- a gőzbuborék tovább sodródik a nagyobb nyomású helyre → robbanásszerűen összeroppan, megszűnik → erős „megszívó hatás” a környezetre → fal mentén történve eróziót (kavitációs erózió) okoz → az alkatrész tönkremegy.

A kavitációs üzemet jellegzetes „kavitációs zaj” kíséri.

A kavitációs üzem elkerülhető a szívóoldali folyadékszinthez képesti helyes beépítéssel.

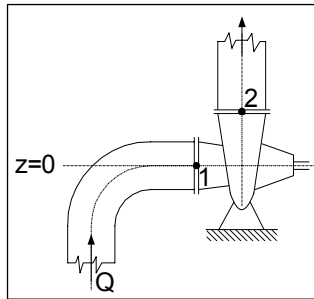
A kétdimenziós kavitációs áramlás nem lehet stacionárius, ezt igazolja a 4.53. ábraszorozat.



4.53. ábra

**Szivóképesség definíciója:**

Kerestek egy jellemzőt, amellyel jellemezni lehet a szivattyú kavitációs üzemhez képesti állapotát:



A fajlagos összenergia a szívócszonkon:

$$Y_1 = \frac{P_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + \frac{gz_1}{g} = \frac{P_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} \tag{4.232}$$

4.54. ábra

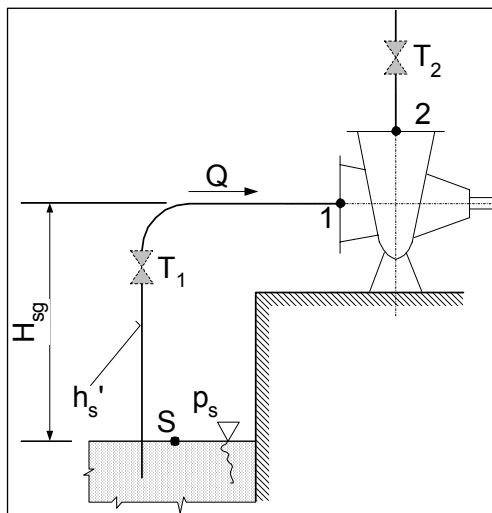
$H_H = NPSH = \underline{N}et \underline{P}ositive \underline{S}uction \underline{H}ead$  (tiszta pozitív szívómagasság):

$$H_H = \frac{Y_H}{g} = \frac{Y_1}{g} - \frac{p_g}{\rho \cdot g} = \frac{p_1 - p_g}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \tag{4.233}$$

**NPSH**: a szivattyú szívócsonkján rendelkezésre álló energiaérték (sebességi + nyomási) a telített gőznyomásnak megfelelő energia felett.

**Laboratórium:**

A szívó képesség határát meghatározó (a szivattyú által megkívánt)  $NPSH$  meghatározása ( $H_{Hr}$ , r=required) laboratóriumi méréssel lehetséges a 4.55. ábrán vázoltak szerint.



A  $NPSH$  értéke az A és az 1. pontok közé felírható Bernoulli egyenletből:

$$\frac{p_S}{\rho \cdot g} = H_{sg} + \underbrace{\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g}}_{H_H + \frac{p_g}{\rho \cdot g}} + h'_s,$$

azaz:

$$H_H = \frac{p_S - p_g}{\rho \cdot g} - H_{sg} - h'_s.$$

4.55. ábra

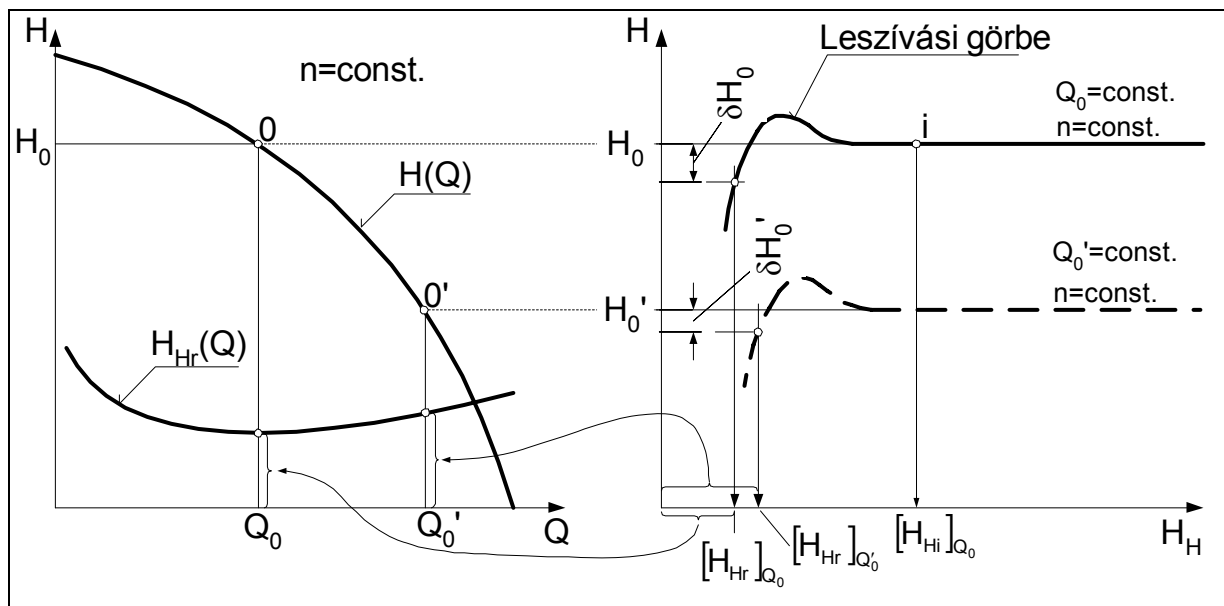
Tehát  $H_H$  csökkentése az alábbi módszerekkel lehetséges:

- ↳  $H_{sg}$  a geodetikus szívómagasság növelése= vízszint süllyesztése,
- ↳  $p_S$  a szívótartály (zárt) nyomásának csökkentése (pl. vákuumozással),
- ↳  $h'_s$  a szívóvezeték ellenállásának növelése (szívóoldali fojtással-tolózárral).



$H_H$  **csökkentése** a fenti módszerek valamelyikével mérőberendezésen történik  $Q_0 = const.$  mellett (például  $T_1$  zárása,  $T_2$  nyitása úgy, hogy a térfogatáram ne változzon)  $\rightarrow H(H_H)$  koordináta-rendszerben ábrázolva kapjuk az ún. **leszívási görbét**  $\rightarrow$  ennek  $i$  pontjában ( $H_{Hi}$ ) jellegzetes zajhatás jelzi a kavitáció megjelenését  $\rightarrow H_H$ -t tovább csökkentve az egyre kiterjedő gőzképződés miatt a súrlódási veszteség némileg csökken,  $H$  megemelkedik  $\rightarrow H_H$ -t még tovább csökkentve a görbe letörése jelzi a kavitáció elhatalmasodását.  $H$ -nak  $\delta$  %-os csökkenése még a tapasztalatok szerint megengedhető, ehhez tartozó  $H_H$  a szivattyú által megkívánt (r: required)  $NPSH$ , azaz  $H_{Hr}$ . Szabvány szerint:  $\delta = \left(3 + \frac{K}{2}\right)\%$ ;  $K$ : típuszám.

A leszívási görbét más munkapontokra is megismételve kapjuk a  $H_{Hr}(Q)$  jelleggörbét, úgy ahogy azt a 4.56. ábra mutatja.



4.56. ábra

Tehát a megkívánt  $NPSH$  a térfogatáram függvénye  $\rightarrow H_{Hr}(Q)$  szívóképesség jelleggörbe – ez a szivattyú jellemzője, meghatározása laboratóriumi méréssel.

A kavitáció mentes üzem feltétele:  $H_H > H_{Hr}$ , azaz a szivattyú szívócsonkjára nagyobb energiaértéknek kell jutnia, mint a szivattyú által minimálisan megkívánt érték.

### Beépítési helyszín

Adott beépítés esetén a szivattyú szívócsonkjára jutó  $NPSH$ , az úgynevezett **rendelkezésre álló** (a: aviable)  $NPSH$ , jele:  $H_{Ha}$ .

Ez tehát a beépítés jellemzője. Meghatározása a beépítés ismeretében számítással, illetve beépített állapotban utólagos méréssel:

- Mérés esetén:  $p_1; Q$  és  $t$  (folyadék hőfok) méréséből:

$$H_{Ha}(Q) = \frac{p_1(Q) - p_g(t)}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_1(Q) - p_g(t)}{\rho(t) \cdot g} + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A_1^2}. \quad (4.234)$$

- Számítás esetén

Bernoulli egyenlet (a 4.55. ábra jelöléseivel): S-1

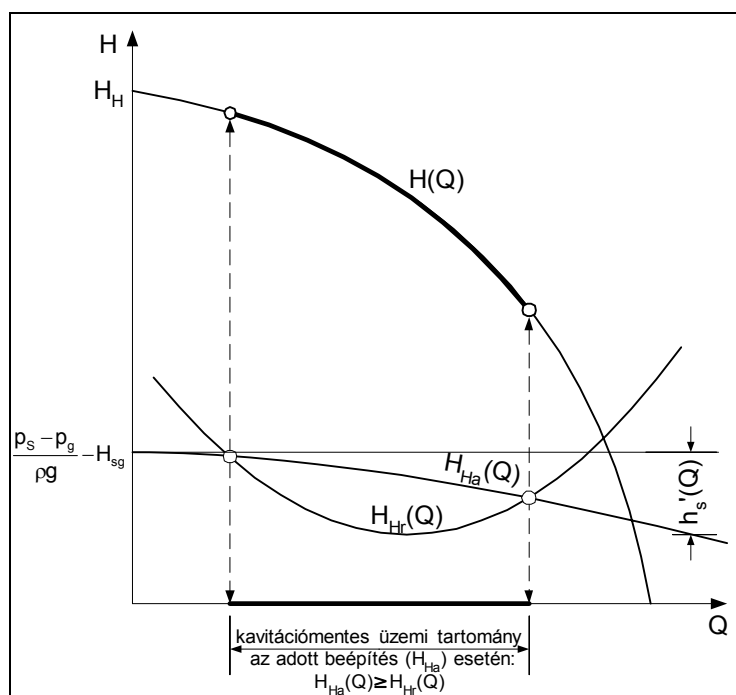
$$\frac{p_S}{\rho \cdot g} - H_{sg} = \underbrace{\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g}}_{H_H + \frac{p_g}{\rho \cdot g}} + h'_S, \quad (4.235)$$

$$H_{Ha}(Q) = \frac{p_S - p_g}{\rho \cdot g} - H_{sg} - \underbrace{h'_S(Q)}_{K_S \cdot Q^2}. \quad (4.236)$$

Kavitáció mentes üzem feltétele az adott beépítés esetén

$$H_{Ha} \geq H_{Hr} \quad (4.237)$$

Ez kijelöli a kavitáció mentes üzemi tartományt, mint azt a 4.57. ábra mutatja.



4.57. ábra

**Összefoglalva:** $H_{Hr}(Q)$ : megkívánt *NPSH*

- ▶ a szivattyú jellemzője
- ▶ meghatározása laboratóriumi méréssel

 $H_{Ha}(Q)$  rendelkezésre álló *NPSH*

- ▶ a beépítés jellemzője
- ▶ meghatározása számítással (vagy helyszíni méréssel)

A szivattyú szívóoldali folyadékszint feletti beépítési magasságának ( $H_{sg}$ ) és a szivattyú szívóképességének ( $H_{Hr}(Q)$ ) a kapcsolata:

$$\left. \begin{array}{l} (4.236) \\ (4.237) \end{array} \right\} H_{Ha}(Q) = \frac{p_s - p_g}{\rho \cdot g} - H_{sg} - h'_s(Q) \geq H_{Hr}(Q) . \quad (4.238)$$

Azaz a határeset, a **maximális beépítési szívómagasság**  $H_{Ha} = H_{Hr}$  esetén adódik:

$$\boxed{H_{sgmax}(Q) = \frac{p_s - p_g}{\rho \cdot g} - H_{Hr}(Q) - h'_s(Q)} \quad (4.239)$$

A (4.239) képlet alapján, ha a szivattyút egy  $Q$  tartományon akarjuk üzemeltetni, akkor a szívóoldali folyadékszint felé olyan  $H_{sgmax}$  magasságára lehet a szivattyút beépíteni, ahol a teljes tartományon teljesül a (4.237) feltétel (azaz a  $Q$  tartományhoz tartozó minimális értékre).

**Megjegyzések:**

- ▶ Thoma féle szigma ( $\sigma$ ) :

$$\sigma = \frac{H_{Hr}}{H} . \quad (4.240)$$

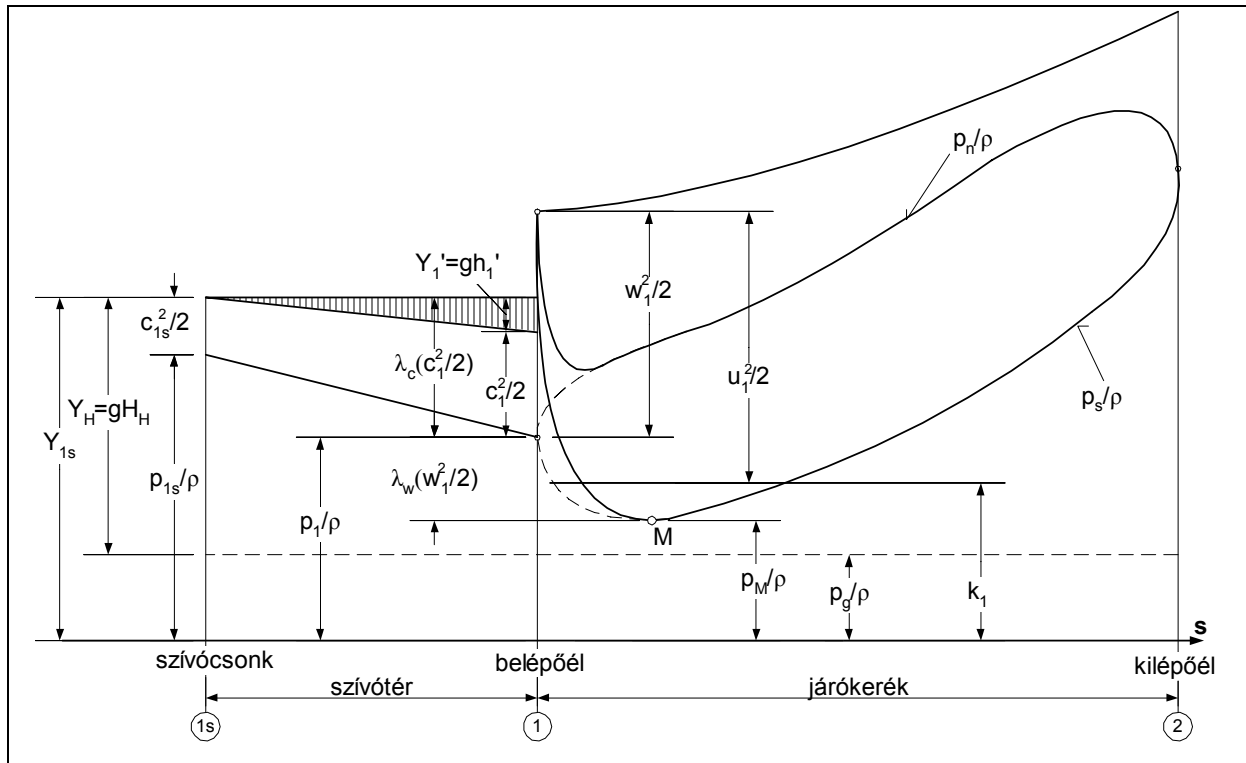
- ▶  $H_{Hr}$  és  $\sigma$  közelítése, ha mérésből nem ismert (Nyíri):

$$\sigma = \frac{H_{Hr}}{H} \cong \left( \frac{n_q}{160} \right)^{\frac{4}{3}} = \left( \frac{K}{3} \right)^{\frac{4}{3}} , \quad (4.241)$$

$$H_{Hr} \cong \frac{n^{\frac{4}{3}} \cdot Q^{\frac{2}{3}}}{830} . \quad (4.242)$$

E kifejezések a névleges üzemi pontban érvényesek.

A kavitáció és a lapátmenti nyomáseloszlás kapcsolatát mutatja a 4.58. ábra.



4.58. ábra

→ A forgó rendszerbeli Bernoulli egyenlet:

$$\frac{p}{\rho} = k_1 + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2} \quad (4.243)$$

→ NPSH:

$$H_H = \frac{Y_{1s}}{g} - \frac{p_g}{\rho \cdot g} \quad (4.244)$$

**Sebesség tényezők:** B.e.: 1-M

$$\frac{p_1 - p_M}{\rho} = \frac{u_1^2 - u_M^2}{2} + \frac{w_M^2 - w_1^2}{2} = \underbrace{\left[ \left( \frac{w_M}{w_1} \right)^2 - 1 \right] + \left[ 1 - \left( \frac{r_M}{r_1} \right)^2 \right] \cdot \frac{u_1^2}{w_1^2}}_{\lambda_w} \cdot \frac{w_1^2}{2} \quad (4.245)$$

$$\frac{p_1 - p_M}{\rho} = \lambda_w \cdot \frac{w_1^2}{2} \quad (4.246)$$

$$\Rightarrow \lambda_w = \lambda_w(\text{lapátgeometria}, w_1)$$

Jelölés:

$$\frac{c_1^2}{2} + g \cdot h_1' = \lambda_c \cdot \frac{c_1^2}{2} \quad (4.247)$$

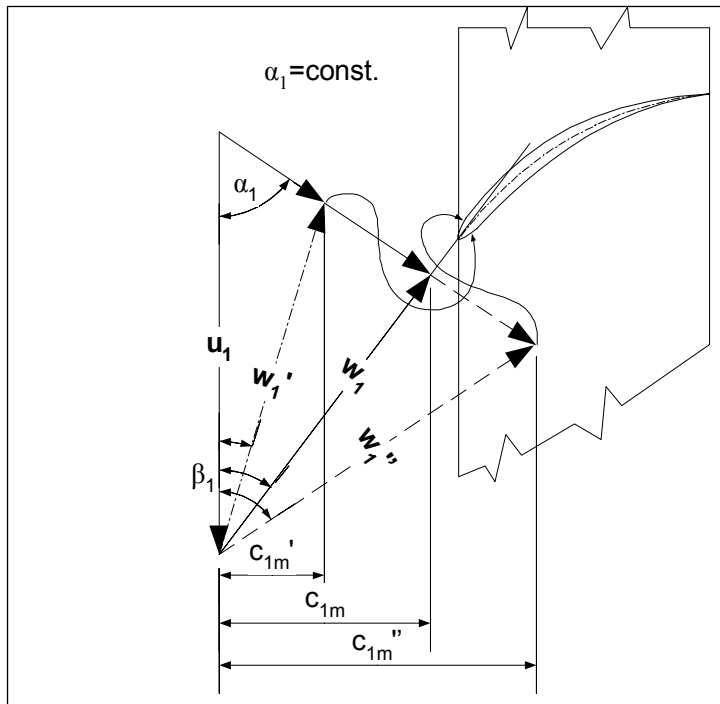
$$\Rightarrow \lambda_c \cong 1,1 \div 1,2$$

A 4.68. ábra jelöléseit felhasználva az *NPSH* és a sebességi tényezők kapcsolata:

$$\begin{aligned} H_H &= \frac{p_{1s}}{\rho \cdot g} + \underbrace{\frac{c_{1s}^2}{2 \cdot g}}_{\gamma_{1s}/g} - \frac{p_g}{\rho \cdot g} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + h_1' - \frac{p_g}{\rho \cdot g} = \\ &= \frac{p_1 - p_M}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + h_1' + \frac{p_M}{\rho \cdot g} - \frac{p_g}{\rho \cdot g} = \\ &= \lambda_w \cdot \frac{w_1^2}{2 \cdot g} + \lambda_c \cdot \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_M}{\rho \cdot g} - \frac{p_g}{\rho \cdot g} \end{aligned} \quad (4.248)$$

**Iduló kavitáció:**  $p_M = p_g$

$$\frac{H_{Hi}}{\lambda_w} = \frac{w_1^2}{2 \cdot g} + \lambda_c \cdot \frac{c_1^2}{2 \cdot g} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{kis } Q\text{-szívott oldal} : \lambda_{ws} \\ \text{nagy } Q\text{-nyomott oldal} : \lambda_{wn} \end{array} \right.$$



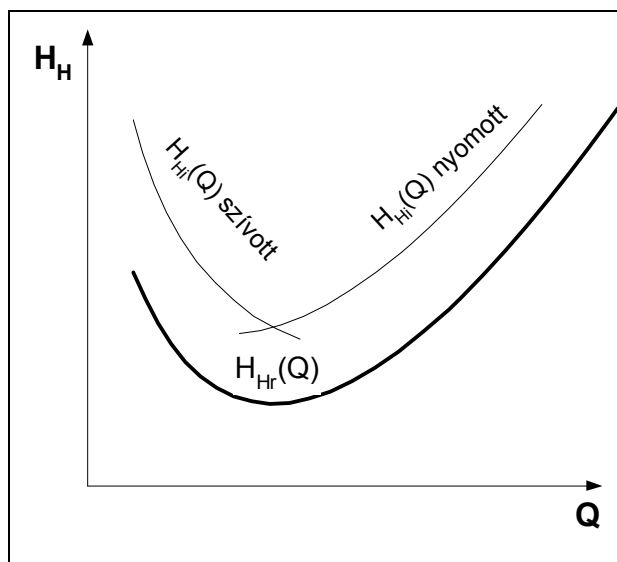
$\alpha_1 = const.$ , a szívóoldal kialakításától függ.

$Q \uparrow \Rightarrow c_m \downarrow \Rightarrow \beta_1 \uparrow \Rightarrow w_1$  hol a lapát egyik, hol a másik oldalát éri  $\Rightarrow$  a szívó- és a nyomóoldal „felcserélődik”. Kis  $Q$ -nál „alulról”, nagy  $Q$ -nál „felülről” éri a lapátot a folyadék, ahogy azt a 4.59. ábra mutatja.

4.59. ábra

Az induló kavitáció görbéje így „két részből” áll össze (4.60. ábra):

$$\sqrt{1+\lambda_w} = a_0 + a_1 \cdot \text{ctg}\beta_1 \quad \begin{cases} \text{szívott oldalon : } a_{0s}, a_{1s} \\ \text{nyomott oldalon : } a_{0n}, a_{1n} \end{cases}$$



4.60. ábra

**Szívásszám:**

$$s_K = \frac{\varepsilon \cdot \sqrt{Q}}{(Y_M)^{3/4}} \quad ; \quad s_q = \frac{n \cdot \sqrt{Q}}{H_H^{3/4}} \quad (4.249)$$

$$s_K = \frac{K}{\sigma^{3/4}} \cong 3 \div \underset{\substack{\uparrow \\ \text{igen jó}}}{4} \quad ; \quad (4.250)$$

$$s_q = 160 \div 200 \quad . \quad (4.251)$$

**4.5.4. Szivattyú típusok és alkalmazási területük**

Szivattyúzási feladat: adott:  $H$ ,  $Q$ ,  $H_{sg}$ .

Kérdés, milyen típusú szivattyú a megfelelő és annak mekkora a fordulatszáma?

$$(4.236) \rightarrow H_{Ha} = \frac{p_s - p_g}{\rho \cdot g} - H_{sg} - h'_s(Q) \quad (4.252)$$

$$(4.241) \rightarrow \sigma = \frac{H_{Hr}}{H} \cong \left(\frac{K}{3}\right)^{\frac{4}{3}} \quad (\text{ez becslés a szívóképességre})$$

$$H_{Hr} \cong H \cdot \left(\frac{K}{3}\right)^{\frac{4}{3}} \quad (4.253)$$

Kavitáció mentes üzemi feltétele:

$$(4.237) \rightarrow H_{Ha} \geq H_{Hr}.$$

(4.252), (4.253) –at behelyettesítve :

$$H_{Ha} \geq H \cdot \left(\frac{K}{3}\right)^{\frac{4}{3}},$$

$$K \leq 3 \cdot \left(\frac{H_{Ha}}{H}\right)^{\frac{3}{4}}, \quad (4.254)$$

tehát, ha:

- adott  $H$  -t akarunk megvalósítani,
- adott  $H_{Ha}$  a beépítésből,

akkor az alkalmas szivattyúkat a

$$K_{max} = 3 \cdot \left(\frac{H_{Ha}}{H}\right)^{\frac{3}{4}} \quad (4.255)$$

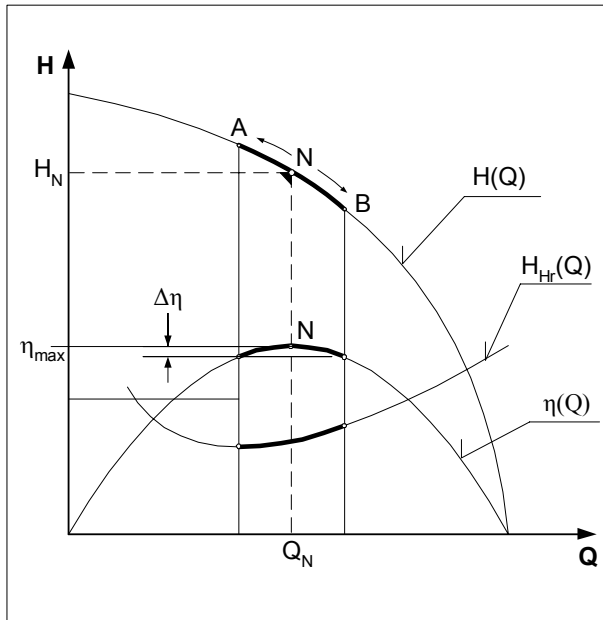
típuszámnál kisebb típuszámú szivattyúk között kell keresni. Az ehhez tartozó maximális fordulatszám:

$$K_{max} = \omega_{max} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{Y^{\frac{3}{4}}} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n_{max} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{(g \cdot H)^{\frac{3}{4}}} = 3 \cdot \left(\frac{H_{Ha}}{H}\right)^{\frac{3}{4}},$$

$$n_{max} \cong 160 \cdot \frac{H_{Ha}^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{Q}}. \quad (4.256)$$

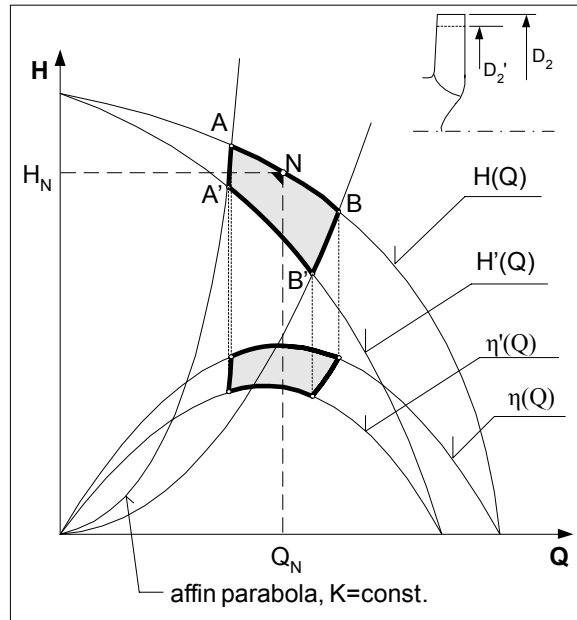
Minden  $(H - Q)$  párosra nem kell/lehet külön szivattyút gyártani. Egy szivattyú alkalmazhatósági tartománya két úton növelhető:

hatásfok kompromisszum



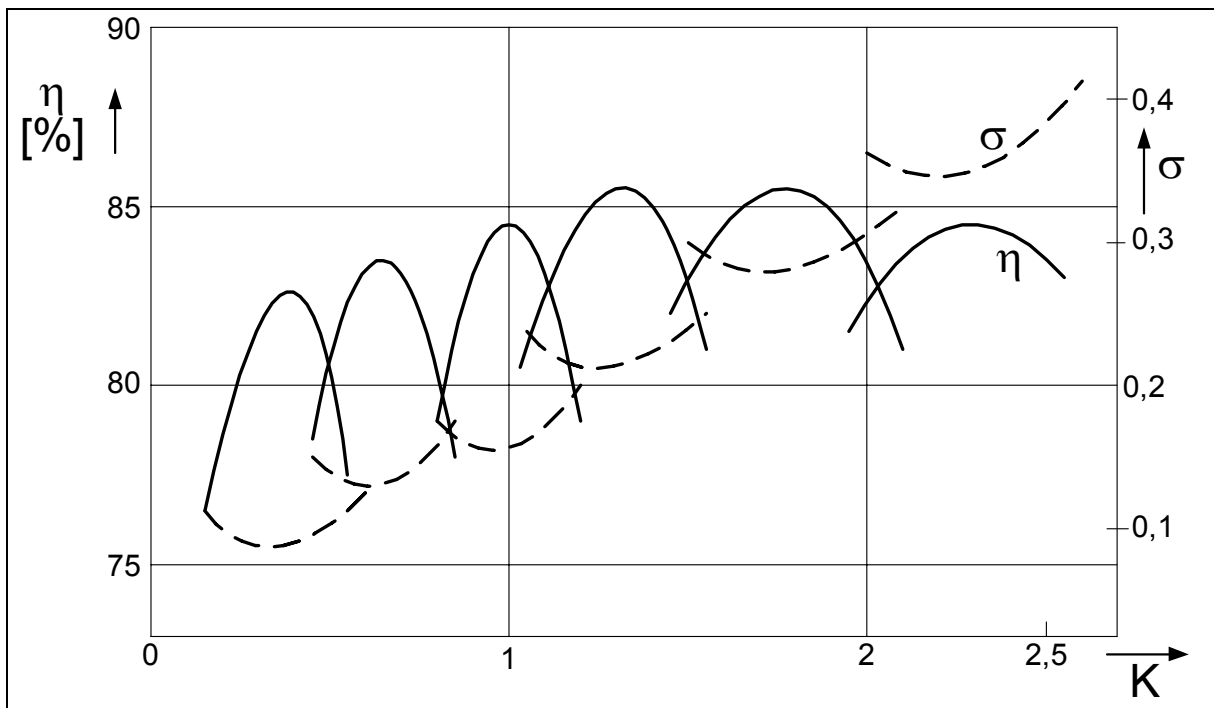
4.61. ábra

járókerék visszaesztergálása



4.62. ábra

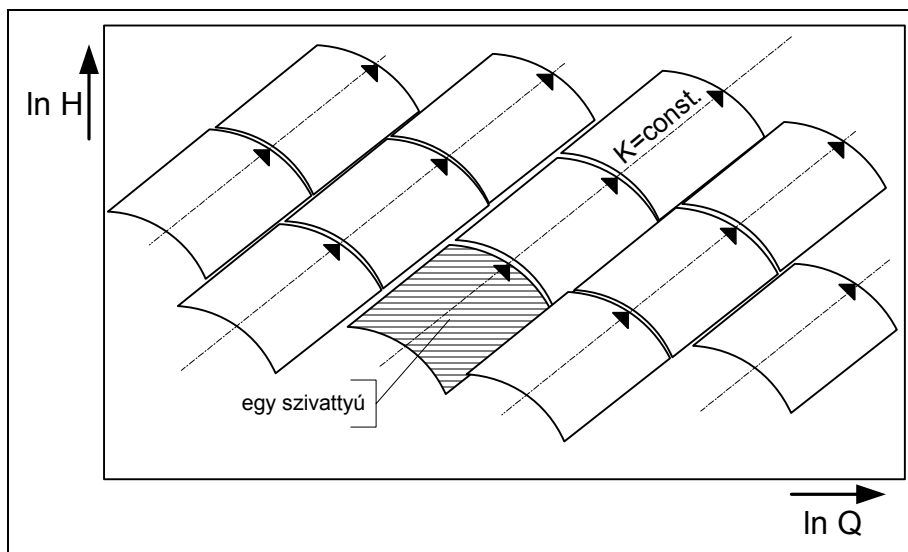
Pl. 6 db szivattyúval igen széles alkalmazhatósági tartomány lefedhető (4.63. ábra).



4.63. ábra



Egy szivattyútípus teljesítménymezeje:  $H$ -k és  $Q$ -k is mértani sort alkotnak. Logaritmikus léptékben a  $H, Q$  mező szivattyúkkal való lefedését mutatja a 4.64. ábra.



4.64. ábra

Folytatása következik!